

Ingo Rehberg

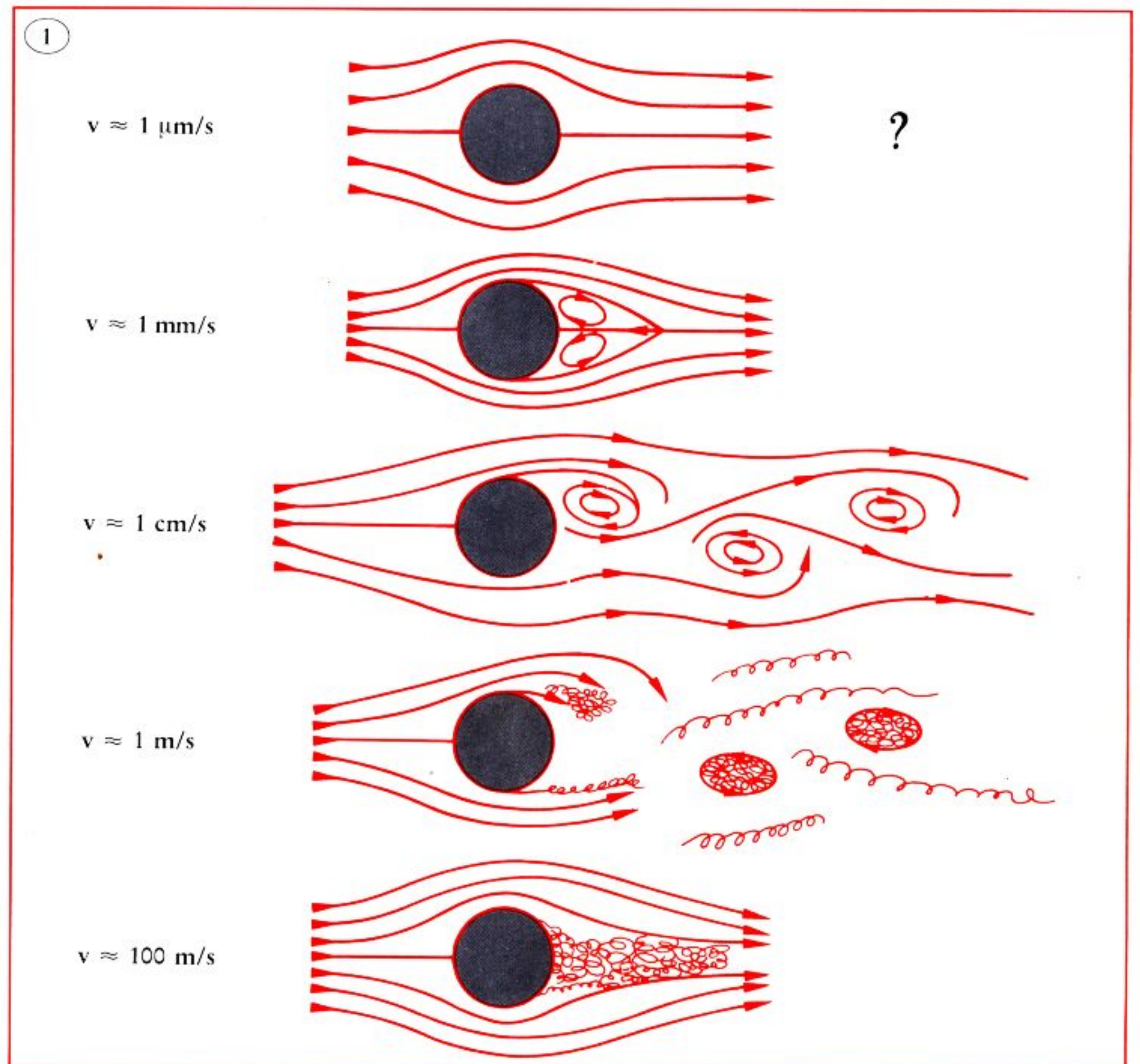
Phasenübergänge und hydrodynamische Instabilitäten

Die Strömungslehre ist ein klassisches Gebiet der Physik, und dies führt bisweilen zu der Vorstellung, daß die wesentlichen Probleme in diesem Bereich gelöst oder nur noch für technische Fragestellungen von Interesse seien. Mit einem einfachen Experiment in der Badewanne läßt sich zeigen, warum diese Annahme falsch ist.

Das Experiment soll darin bestehen, daß man einen Kreiszyylinder mit konstanter Geschwindigkeit durch das Wasser führt und die Form der Umströmung beobachtet. Diese ist keineswegs einheitlich, sondern hängt von der Geschwindigkeit des Zylinders ab (Abbildung 1).

Für kleine Geschwindigkeiten in der Größenordnung von 1 mm/s beobachtet man hinter dem Zylinder zwei gegensinnig rotierende Wirbel, die sich mit dem Zylinder bewegen. Bei einer genau definierten höheren Geschwindigkeit schlägt die Strömung jedoch in einen anderen Typ um, die Wirbel lösen sich alternierend und periodisch vom Zylinder ab und bleiben hinter ihm zurück. Aber auch dieser Zustand bleibt nicht stabil, für höhere Geschwindigkeiten treten ungeordnetere (turbulente) Strömungsformen auf. Der Bereich sehr kleiner Geschwindigkeiten (Abbildung 1 ganz oben) ist mit einem Fragezeichen versehen, weil es nicht geklärt ist, ob sich die hier skizzierte Potentialströmung tatsächlich einstellt.

Man ist der Meinung, daß sich alle diese Bewegungsformen durch eine einzige Gleichung beschreiben lassen, die sogenannte Navier-Stokes Gleichung*. Mathematisch ist sie allerdings so kompliziert, daß diese Er-



kenntnis in der Praxis kaum weiterhilft; berechnen lassen sich in der Regel nur einfache Grenzfälle, so z.B. die in Abbildung 1 oben skizzierte Strömung.

In diesem Artikel soll erläutert werden, in welcher Art der Umschlag der Strömung von einem Typ zum anderen erfolgen kann und welche Effekte dabei beobachtbar sind. Dazu wird jedoch nicht das Beispiel des umströmten Zylinders herangezogen werden, sondern eine andere Strömungsform, die sich im Labor relativ einfach erzeugen läßt, nämlich die Strömung zwischen zwei sich gegeneinander bewegenden Wänden.

Abb. 1. Umströmung eines Zylinders bei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten. Der Zylinderdurchmesser beträgt 1 cm, bei dem Fluid handelt es sich um Wasser. Die ungleichmäßig verwirbelten Bahnen hinter dem Zylinder sollen turbulente Strömung andeuten.

* $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\eta}{\rho} \Delta \vec{v}$

Die Couette-Strömung

Die einfachste Strömung, die man sich vorstellen kann, ist vielleicht die lineare Couette-Strömung (Abbildung 2a). Praktisch ist sie nicht so einfach zu realisieren, weil die unvermeidlichen Berandungen der Platten Fehler herbeiführen. Diese kann man teilweise vermeiden, indem man zur zylindrischen Couette-Strömung übergeht (Abbildung 2b). Bei der so erzeugten Strömung fällt die Azimutalgeschwindigkeit monoton von innen nach außen ab, jetzt übrigens nicht mehr exakt linear mit dem Abstand von der bewegten Oberfläche. Der so erhaltene Apparat wurde von M. Couette (1890) zur Bestimmung der Viskosität von Flüssigkeiten verwendet, denn das zum Drehen erforderliche Drehmoment steigt mit wachsender Zähigkeit an. In der Physik unserer Zeit spielt er eine große Rolle beim Studium hydrodynamischer Phänomene wie Instabilitäten und Turbulenzeinsatz.

Taylor-Wirbel als Beispiel einer hydrodynamischen Instabilität

Dreht man den Innenzylinder bei der diskutierten Couette-Apparatur genügend langsam, stellt sich die skizzierte Scherströmung ein. Erhöht man jedoch die Rotationsgeschwindigkeit, beobachtet man oberhalb einer gewissen Drehzahl eine völlig andere Art der Strömung (Abbildung 3). Der Azimutalströmung sind jetzt paarweise gegensinnig rotierende torusförmige Wirbel überlagert. Diese wurden erstmals von dem britischen Strömungsforscher G. I. Taylor im Jahre 1923 behandelt und heißen nach ihm Taylor-Wirbel.

Die zylindrische Couette-Strömung stellt eine instabile Schichtung von Flüssigkeit dar, ganz ähnlich wie bei Überschichtung von Salzwasser auf Süßwasser. Die Teilchen auf der Innenbahn laufen mit höherer Geschwindigkeit, also sind sie einer größeren Zentrifugalkraft F_R ausgesetzt als weiter außen befindliche:

$$F_R = \frac{m}{r} v^2 \quad (1)$$

Daher versuchen die Flüssigkeitselemente nahe dem Innenzylinder, nach außen zu gelangen. Das kann allerdings nur geschehen, wenn die außen befindliche Flüssigkeit nach innen verdrängt wird. Wie das tatsächliche Strömungsbild aussieht, zeigt Abbildung 4. Nach dieser Erklärung mag es sogar verwunderlich erscheinen, daß die zylindrische Cou-

ette-Strömung überhaupt existieren kann. Warum folgt das innen umlaufende Teilchen nicht unter allen Umständen dem Druckgefälle? Der Grund liegt in der Viskosität des Fluids. Die erforderliche Bewegung, also Transport von Flüssigkeit von innen nach außen und umgekehrt, muß gegen die durch die Zähigkeit der Flüssigkeit gegebenen Reibungskräfte anlaufen. Bei langsamer Drehung würde diese Bewegung mehr Leistung verbrauchen als durch die instabile Schichtung bereitgestellt werden kann. Dreht man den Innenzylinder jedoch schneller, wächst die Fliehkraft mit dem Quadrat der Geschwindigkeit. Dagegen ist die Reibungskraft nur proportional der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen benachbarten Flüssigkeitsteilchen, sie muß also in ihrer Bremswirkung irgendwann unterliegen. Das geschieht bei einer genau definierten Geschwindigkeit, der kritischen Drehgeschwindigkeit. Den Bereich höherer Drehzahlen nennen wir überkritisch, den anderen unterkritisch.

Die mit den Taylorwirbeln verbundene radiale Strömung ist im überkritischen Bereich durchaus nicht von konstanter Stärke, sie wächst vielmehr mit dem Abstand von der kritischen Drehgeschwindigkeit an. Um die Aussage genauer zu formulieren, benötigt man zunächst ein quantitatives Maß zur Charakterisierung der Wirbelbewegung. Wir einigen uns auf die maximale Geschwindigkeit der Strömung von innen nach außen.

Abbildung 5 zeigt die gemessene maximale Radialgeschwindigkeit bei verschiedenen Frequenzen des Innenzylinders. Im unterkritischen Bereich ist diese Geschwindigkeitskomponente definitionsgemäß Null, um dann bei höheren Drehzahlen stetig anzuwachsen. Man stellt fest, daß sich das Anwachsen nach einem Wurzelgesetz beschreiben läßt, d.h.

$$v_R \sim \sqrt{f - f_{\text{krit}}} \quad (2)$$

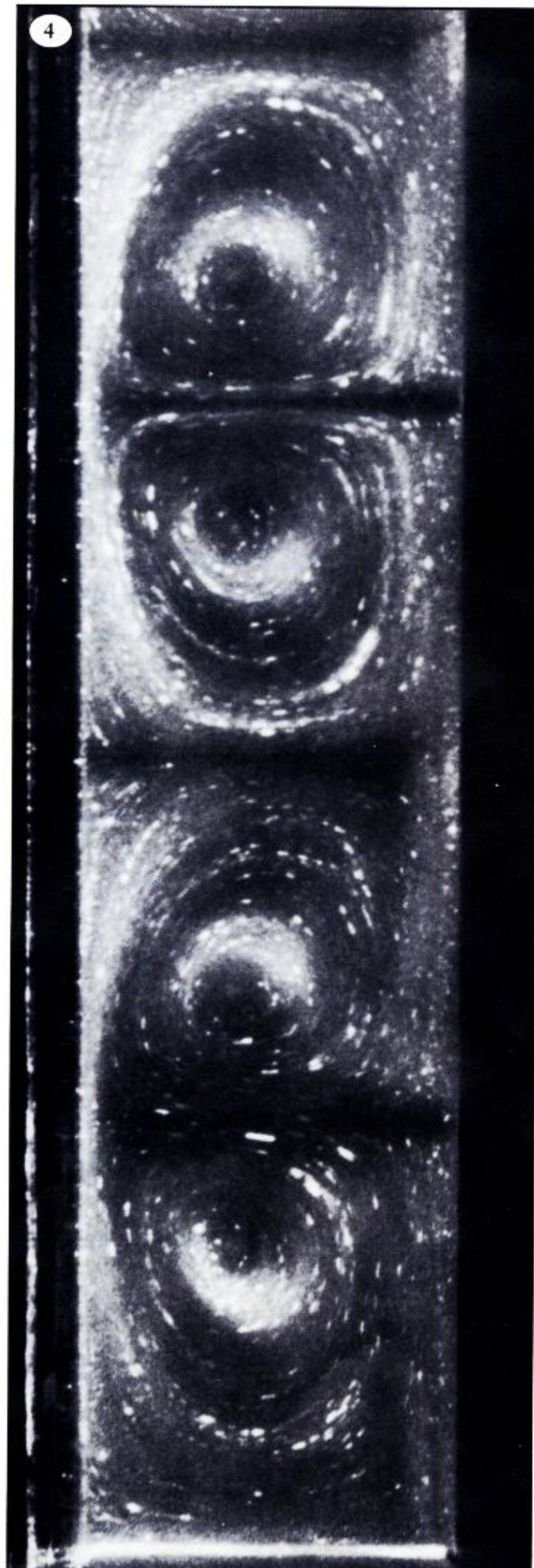
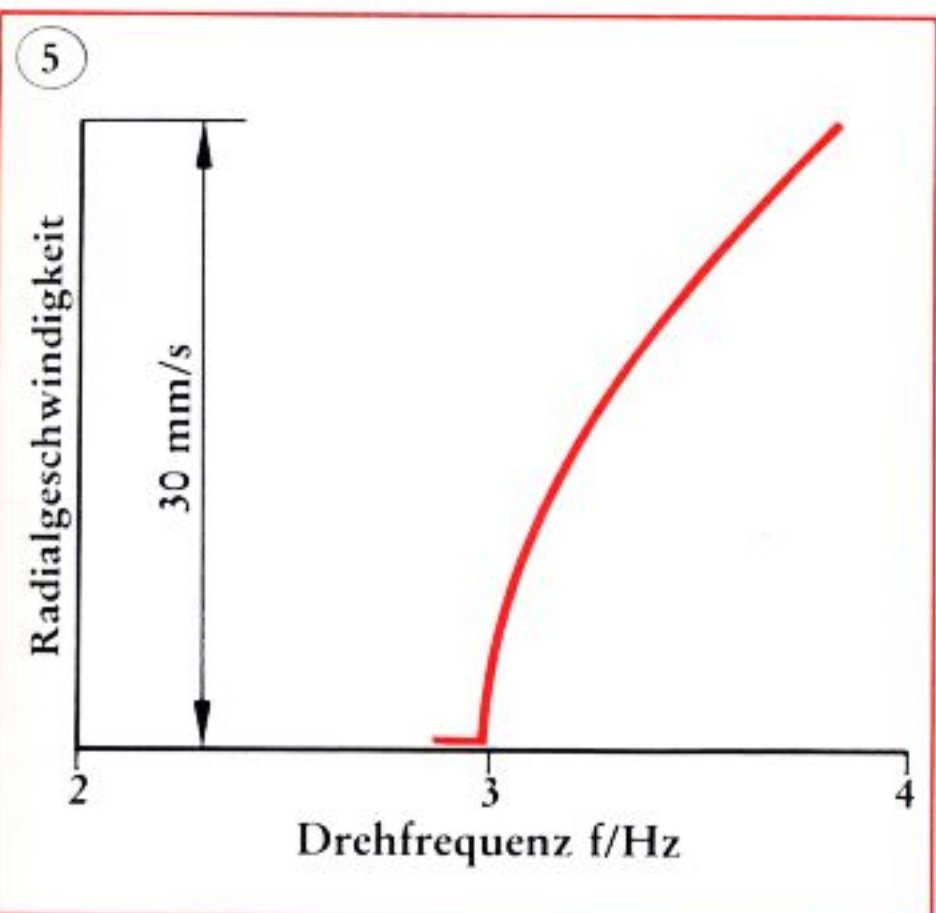
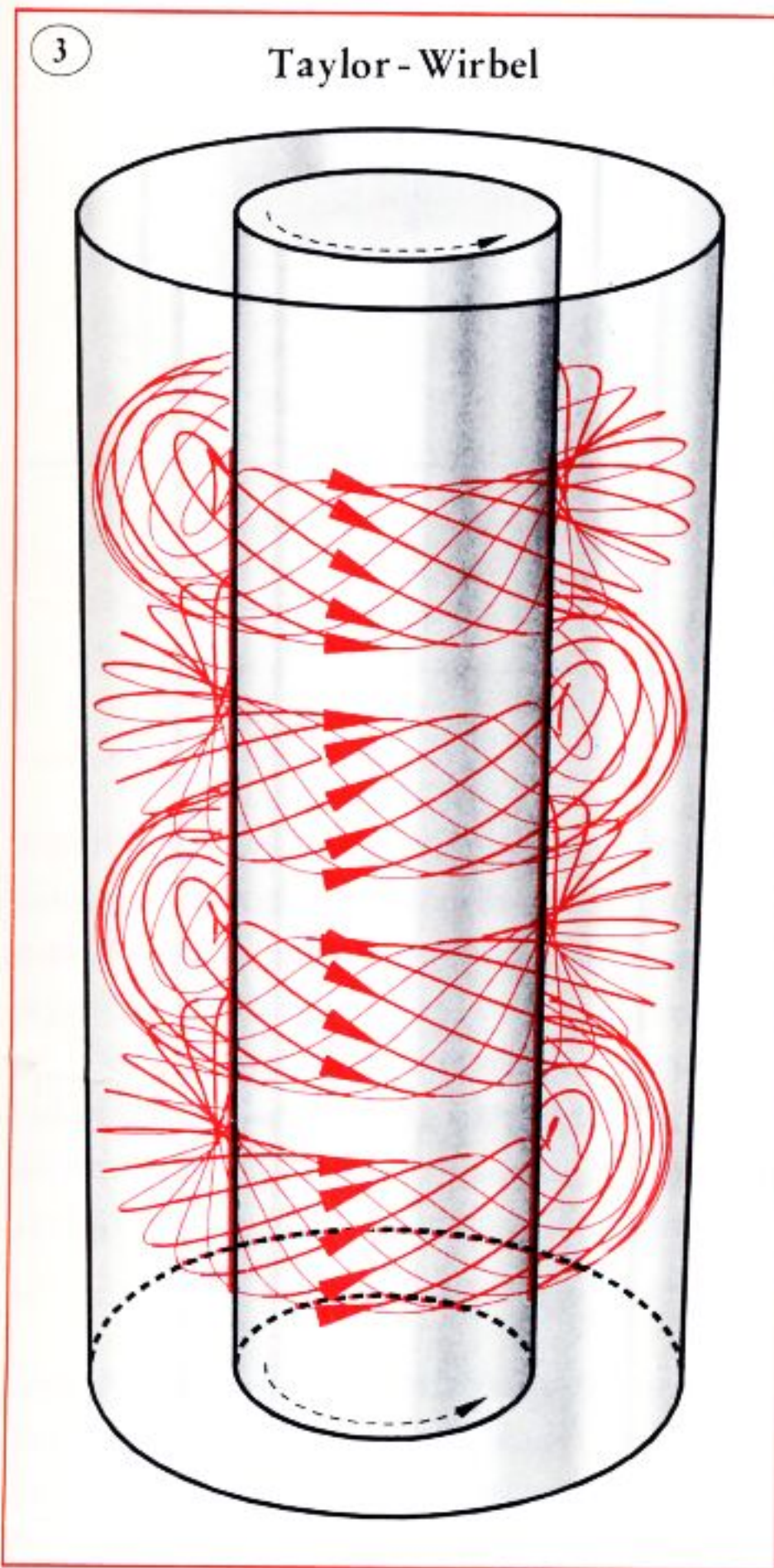
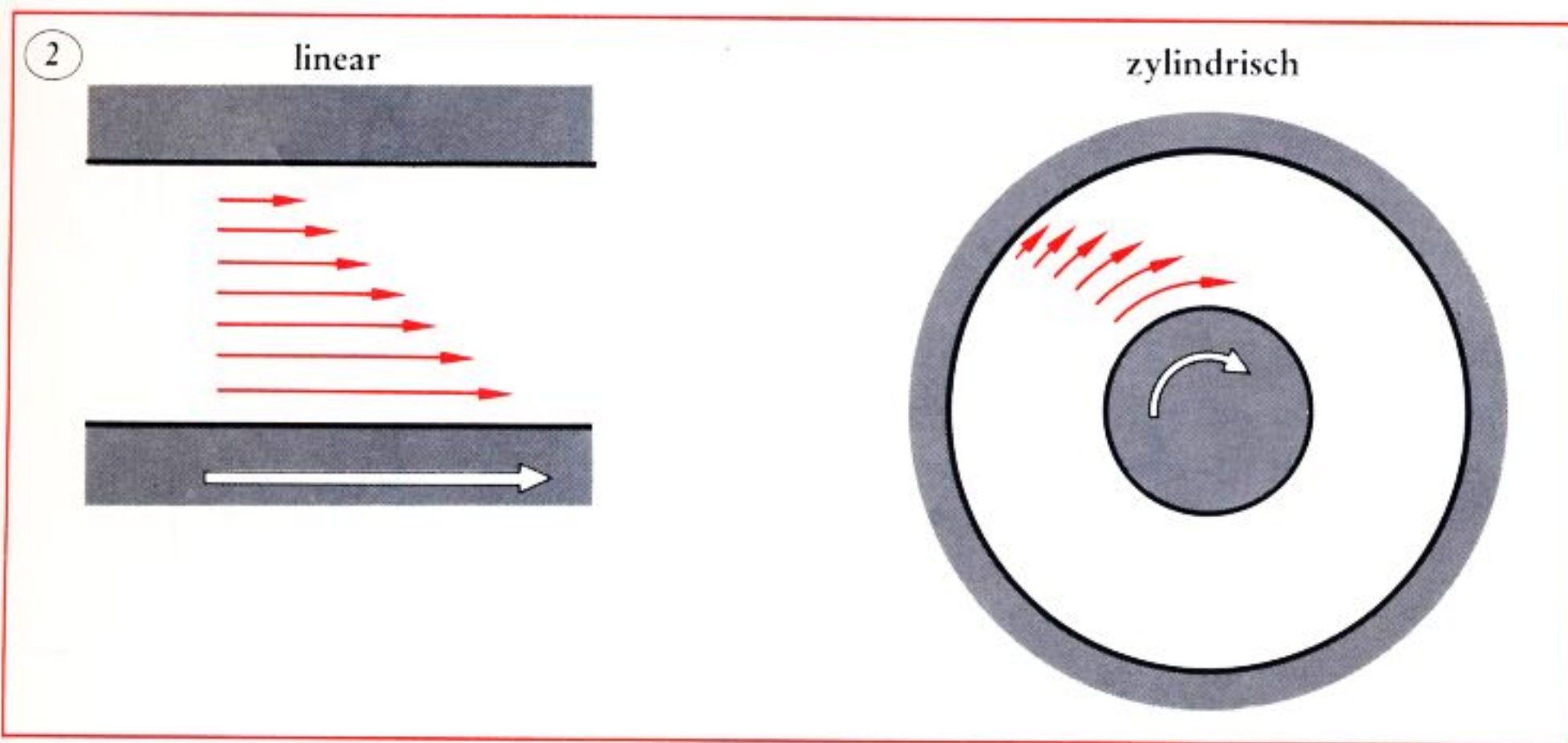
Dabei steht v_R für die maximale Radialgeschwindigkeit, f für die aktuelle und f_{krit} für die kritische Frequenz. Theoretisch ist die Couette-Strömung auch im überkritischen Bereich eine mögliche Strömungsform, aber sie befindet sich im labilen Gleichgewicht, ähnlich einem auf dem „Kopf“ gestellten Pendel. Die kleinste Störung führt zum Zusammenbruch der Strömungsform, und die stabilen Taylorwirbel stellen sich ein. Der kritische Punkt bedeutet für die Couette-Strömung also indifferentes Gleichgewicht.

Abb. 2. Ebene und zylindrische Couette-Strömung. Störungen der idealen Strömung durch die rechte und linke Berandung im Falle der ebenen Anordnung entfallen bei der zirkularen Form.

Abb. 3. Schematische Skizze der Taylor-Wirbel. Die Flüssigkeitsteilchen laufen auf torusförmigen Bahnen um den Innenzylinder. Dem Betrachter zugewandte Flächen des Torus sind dicker eingezeichnet. Man beachte die durch die Pfeile angedeutete paarweise gegensinnige Rotation.

Abb. 4. Querschnitt durch 2 Wirbelpaare. Der Strömung wurden zur Sichtbarmachung Aluminiumfitter zugesetzt. Die Beleuchtung erfolgt von der Seite mit einer spaltförmigen Lichtquelle. Auf diese Art beobachtet man nur noch die radiale und die vertikale Komponente der Stromlinien. Der Innenzylinder ist durch einen Pfeil gekennzeichnet. Die Strömung in der Mitte des Bildes ist von innen nach außen gerichtet. (Foto: E. Thomas, Inst. f. Angewandte Physik, Kiel.)

Abb. 5. Messung der Radialgeschwindigkeit in der Nähe der kritischen Frequenz. Bei der verwendeten Flüssigkeit liegt die kritische Frequenz f_{krit} bei 3 Hz. Unterhalb dieses Wertes ist die Radialgeschwindigkeit Null, dreht sich der Innenzylinder öfter als dreimal pro Sekunde, folgt die Radialgeschwindigkeit dem Gesetz: $v_R/\text{ms}^{-1} \approx \sqrt{f/\text{Hz} - 3}$. (Messung: Dr. G. Pfister, IfAP, Kiel.)



Phasenübergang zweiter Art nach Landau

Die bekannteren Phasenübergänge wie das Schmelzen von Eis und das Verdampfen von Wasser benötigen Energie; beispielsweise erfordert die Verflüssigung von 1 Gramm Eis 335 Joule. Solche Übergänge bezeichnet man als Phasenübergänge erster Art. Diese Namensgebung deutet schon an, daß es auch andere Typen von Übergängen gibt. So geht die Umwandlung eines ferromagnetischen in einen paramagnetischen Festkörper bei der Curie-Temperatur ohne Energiezufuhr vonstatten. Solche Übergänge nennt man kontinuierlich oder „von 2. Art“.

Da hier der Übergang von einer Phase in die andere gewissermaßen schleichend stattfindet, stellt sich die Frage, wie man die beiden eindeutig unterscheiden kann. Nach Landau liegt der Unterschied beider Phasen in der Symmetrie des Kristalls. Was das bedeutet, soll an Hand eines abstrakten „Modellkristalls“ in Abbildung 6 erläutert werden. Der Kristall bestehe in seiner Phase A aus unendlich vielen in gleichen Abständen a geradlinig angeordneten Atomen. Diese Phase besitzt ein hohes Maß an Symmetrie, sie ist z.B. translationsinvariant gegen Verschiebung um die Strecke a , $2a$, $3a$ usw. Stellt man sich vor, daß als Folge einer Temperaturerhöhung oder durch ein elektrisches Feld jedes zweite Atom – wie in Abbildung 6 angedeutet – ausgelenkt wird, hat man ein einfaches Modell für einen Phasenübergang. Die zweite Phase besitzt eine geringere Ordnung als die erste, sie ist nicht mehr translationsinvariant gegen Verschiebungen um die Strecke a , sondern nur noch gegen Verschiebungen um $2a$ oder Vielfache davon. Auch wenn die Atome sich in Abhängigkeit von der Temperatur allmählich aus ihrer ursprünglichen Lage herausbewegen, ist doch auf Grund des Symmetriekriteriums eine eindeutige Unterscheidung zwischen beiden Phasen möglich. Die Phase mit der größeren Symmetrie, nämlich der Translationsinvarianz bei Verschiebungen um a , existiert nur, solange die vertikale Verschiebung jedes zweiten Atoms noch nicht vorhanden ist.

Außerdem gibt es ein Maß, das den Abstand der Phase B von der Phase A quantitativ beschreibt, nämlich die Auslenkung der Atome b . Solch eine Größe nennt man Ordnungsparameter, sie ist in der Phase A und am kritischen Punkt definitionsgemäß Null und nimmt für höhere Temperaturen endliche Werte an.

Diese Kriterien sollen nun auf den Ordnungs-Unordnungsübergang von Couette-Strömung zu Taylorwirbeln übertragen werden. Die Couette-Strömung entspricht der Phase A, sie ist translationsinvariant gegen beliebige Verschiebungen in Achsenrichtung. Die Temperatur entspricht der Drehzahl, die kritische Drehzahl dem Curiepunkt. Die Phase B korrespondiert der Wirbelströmung, sie ist nur noch translationsinvariant gegenüber Verschiebungen um ganzzahlige Wirbelwellenlängen. Ordnungsparameter in der Wirbelphase schließlich ist beispielsweise die maximale Radialgeschwindigkeit, denn sie ist Null im Falle der Couette-Strömung und wächst oberhalb der kritischen Drehzahl kontinuierlich an.

Bisher wurde gezeigt, daß die formalen Kriterien für einen Phasenübergang zweiter Art durch eine hydrodynamische Instabilität erfüllt werden. Die Analogie geht jedoch weiter, gewisse Erscheinungen sind vielen kritischen Phänomenen gemein; von solchen wird in den beiden folgenden Kapiteln die Rede sein.

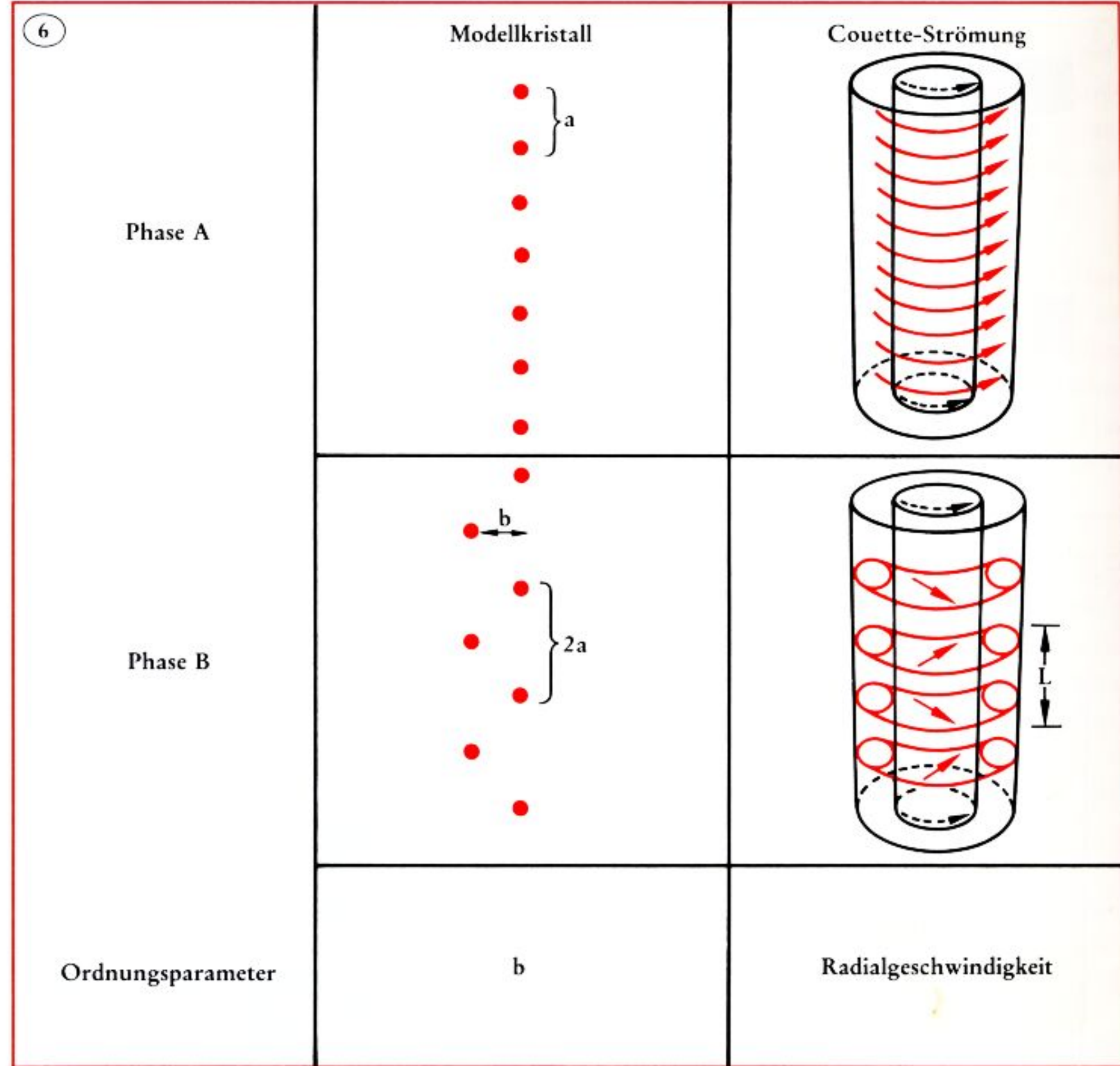
Critical slowing down

Wir wollen uns jetzt der Frage zuwenden, ob man einer Phase ansehen kann, wie weit sie von ihrem kritischen Punkt entfernt ist. Konkret formuliert: Verhält sich die Couette-Strömung bei sehr langsamer Drehung des Innenzylinders anders als bei größeren Drehfrequenzen? Zunächst ist man geneigt, die Frage zu verneinen. Bei Verdopplung der Rotationsgeschwindigkeit bleibt das Strömungsfeld erhalten, man mißt lediglich an jedem Ort die doppelte Strömungsgeschwindigkeit. Trotzdem ändert sich etwas an der Physik der Strömung, nämlich das Antwortverhalten auf induzierte Störungen.

Wie kann die Couette-Strömung auf elegante Weise gestört werden? Man stellt die Drehzahl des Innenzylinders zunächst so ein, daß sich Taylorwirbel bilden und reduziert sie dann nahezu schlagartig auf einen unterkritischen Wert. Die Strömung entspricht jetzt nicht mehr der Drehzahl, sie wird sich solange zeitlich ändern, bis die stabile Couette-Strömung erreicht ist. Der Abklingvorgang wird für kleine Störungen durch eine Exponentialfunktion beschrieben:

$$S = S_0 e^{kt} \quad (3)$$

wobei k einen negativen Wert besitzt. Gleichung 3 bedeutet, daß die Störung innerhalb einer festen Zeit T jeweils um die Hälfte ihres Wertes abklingt, wobei die Halbwertszeit



ist. Als Maß für die Störung S könnte man beispielsweise den oben definierten Ordnungsparameter, d.h. die maximale radiale Strömungsgeschwindigkeit verwenden. Experimentell stellt man nun folgendes fest: Je näher die Drehzahl des Innenzylinders bei der kritischen liegt, desto langsamer klingen die Störungen ab, d.h. desto größer wird T .

$$T = \frac{\ln(1/2)}{k} \quad (4)$$

Das ist physikalisch verständlich, denn je näher man sich an der kritischen Drehzahl befindet, desto geringer ist auch der Überschuss der Reibungskräfte über die Antriebskräfte, was die Dämpfung der Störung verringert.

Nun läßt sich das eben beschriebene Experiment, die Bremsung des Innenzylinders, auch umkehren, man kann die Drehzahl vom unterkritischen Bereich rasch in den überkritischen beschleunigen. Auch jetzt verhalten sich kleine Störungen gemäß Gleichung 3; k ist jetzt aber positiv, denn die Störungen wachsen zeitlich an. Allerdings folgen sie

dem Exponentialgesetz nur eine bestimmte Zeit, um dann allmählich einem konstanten Endzustand zuzustreben, den Taylorwirbeln mit einer bestimmten Größe des Ordnungsparameters. Aber auch hier wird das System bei Annäherung an den kritischen Punkt beliebig träge, d.h. k geht gegen Null, wenn die Drehfrequenz sich der kritischen Frequenz nähert.

k ist also im unterkritischen Bereich negativ, geht mit Annäherung an den kritischen Punkt stetig gegen Null und ist im überkritischen Bereich positiv. Man kann das Verschwinden von k also zur Definition des Umschlagpunktes heranziehen, und diese Überlegung dient in der sogenannten linearen Stabilitätstheorie tatsächlich als Ausgangspunkt zu seiner theoretischen Berechnung.

Wenn k am kritischen Punkt verschwindet, so gilt das Umgekehrte für die Halbwertszeit T . Sie divergiert, d.h. wird sehr groß und im Prinzip sogar unendlich am kritischen Punkt. Dies Verhalten bezeichnet man als "critical slowing down", es wird durch die in Abbildung 7 gezeigte Messung eindrucksvoll veranschaulicht.

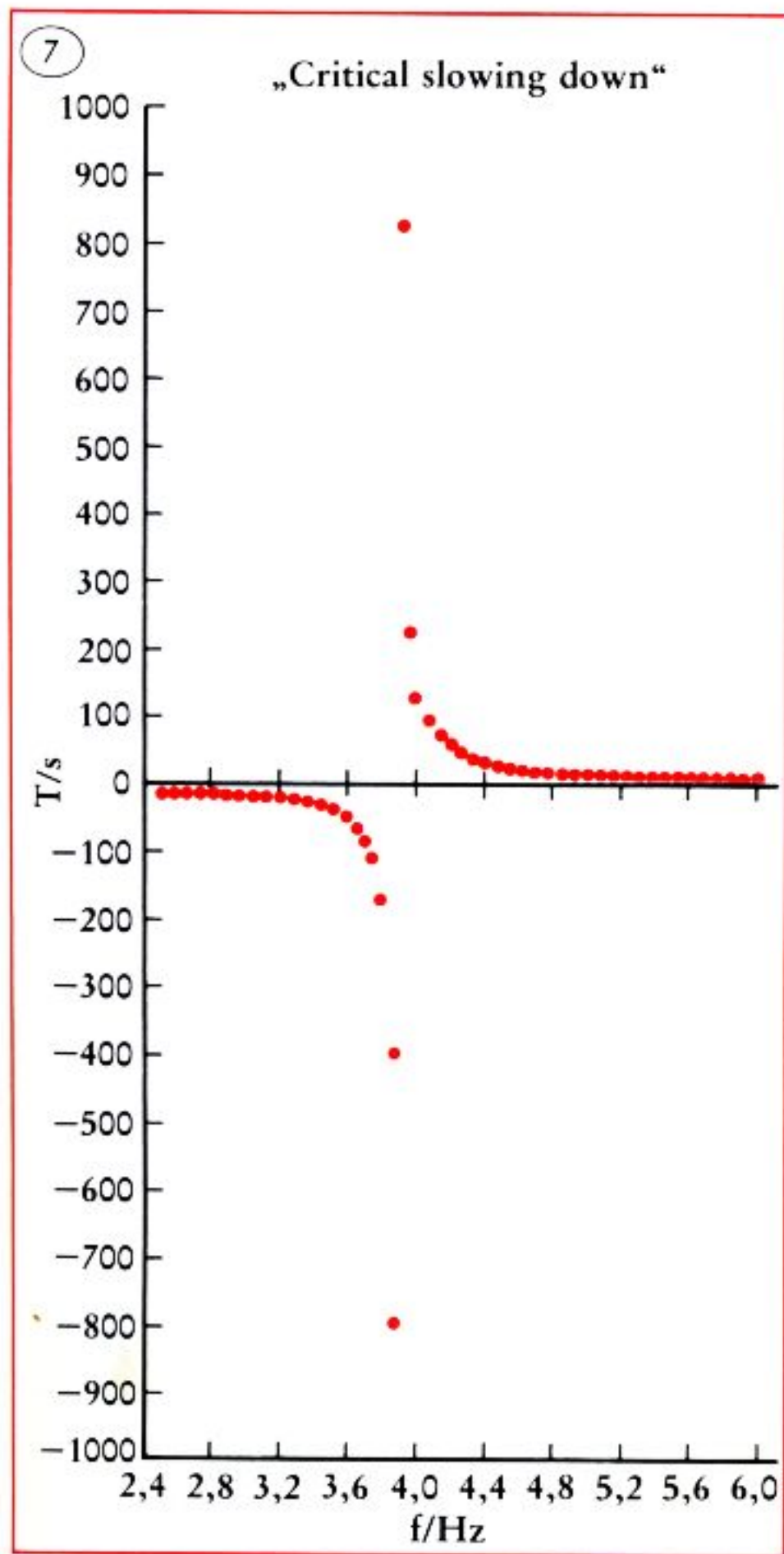


Abb. 6. Erläuterung des Begriffs Phasenübergang an einem Modell-„Kristall“. Die beiden Phasen unterscheiden sich durch ihre Symmetrie. Die Phase A ist translationsinvariant gegen Verschiebungen um Vielfache der Strecke a , die Phase B nur noch gegen Verschiebungen um Vielfache von $2a$. Die rechte Seite verdeutlicht die Analogie zu den Taylor-Wirbeln.

Abb. 7. T ist in dieser Messung die Zeit, mit der kleine Störungen auf $1/e$ bzw. das e -fache ihres Wertes angewachsen sind. Die gemessenen Zeiten liegen zwischen wenigen Sekunden und 20 Minuten. (Messung: U. Gerds, IfAP, Kiel.)

Divergenz der Kohärenzlänge

Kritisches Verhalten läßt sich nicht nur im Zeitbereich studieren, sondern auch an stationären Vorgängen. Das erfordert natürlich den Einbau einer bleibenden Störung, die so beschaffen sein muß, daß sie in der Tendenz die Bildung von Taylorwirbeln unterstützt. Diese Rolle könnte z.B. ein kleines grünes Männchen übernehmen, welches der Strömung in einer gewissen Höhe des Zylinders durch kräftige Tritte Impuls in Radialrichtung erteilt. Dieses Männchen arbeitet Hand in Hand mit der Fliehkraft und gegen die Reibung des Systems, infolgedessen stellt sich ein lokaler Wirbel ein. Der Leser wird sich vorstellen können, daß der Abstand der aktuellen Drehfrequenz von der kritischen für das Männchen nicht unwichtig ist. In der Nähe des kritischen Punktes nimmt ihm die Fliehkraft fast die ganze Arbeit ab, zur Erzeugung eines Wirbels genügt dann sozusagen der kleine Finger.

Die Wirkung der lokal aufgeworfenen Störung reicht allerdings über die Bildung eines Wirbels hinaus. Dieser fördert nämlich vermöge der Viskosität die Bildung eines Nachbarwirbels, dieser wiederum die Bildung des nächsten usw. Man kann sich das so vorstellen, als ob die Wirbel über eine Rutschkuppelung miteinander verbunden wären. Wenn die Drehzahl dicht an der kritischen liegt, muß nur wenig Impuls übertragen werden, um die Wirbel am Leben zu erhalten. Der Sachverhalt kann quantitativ mit einer Beziehung ausgedrückt werden, die das räumliche Analogon zu Gleichung 3 darstellt:

$$S = S_0 \cdot e^{cz} \quad (5)$$

Dabei bedeutet z den axialen Abstand von der Störung S_0 . Die Größe c bestimmt also die Strecke, in der die Störung auf die Hälfte abgeklungen ist, ganz analog zu Gleichung 4. Der Leser wird schon ahnen, daß der kritische Wert wieder durch $c = 0$ gekennzeichnet ist. Der Instabilitätspunkt läßt sich also experimentell auch über die Messung der räumlichen Abklingkonstanten und die Ermittlung der Drehzahl für $c = 0$ bestimmen.

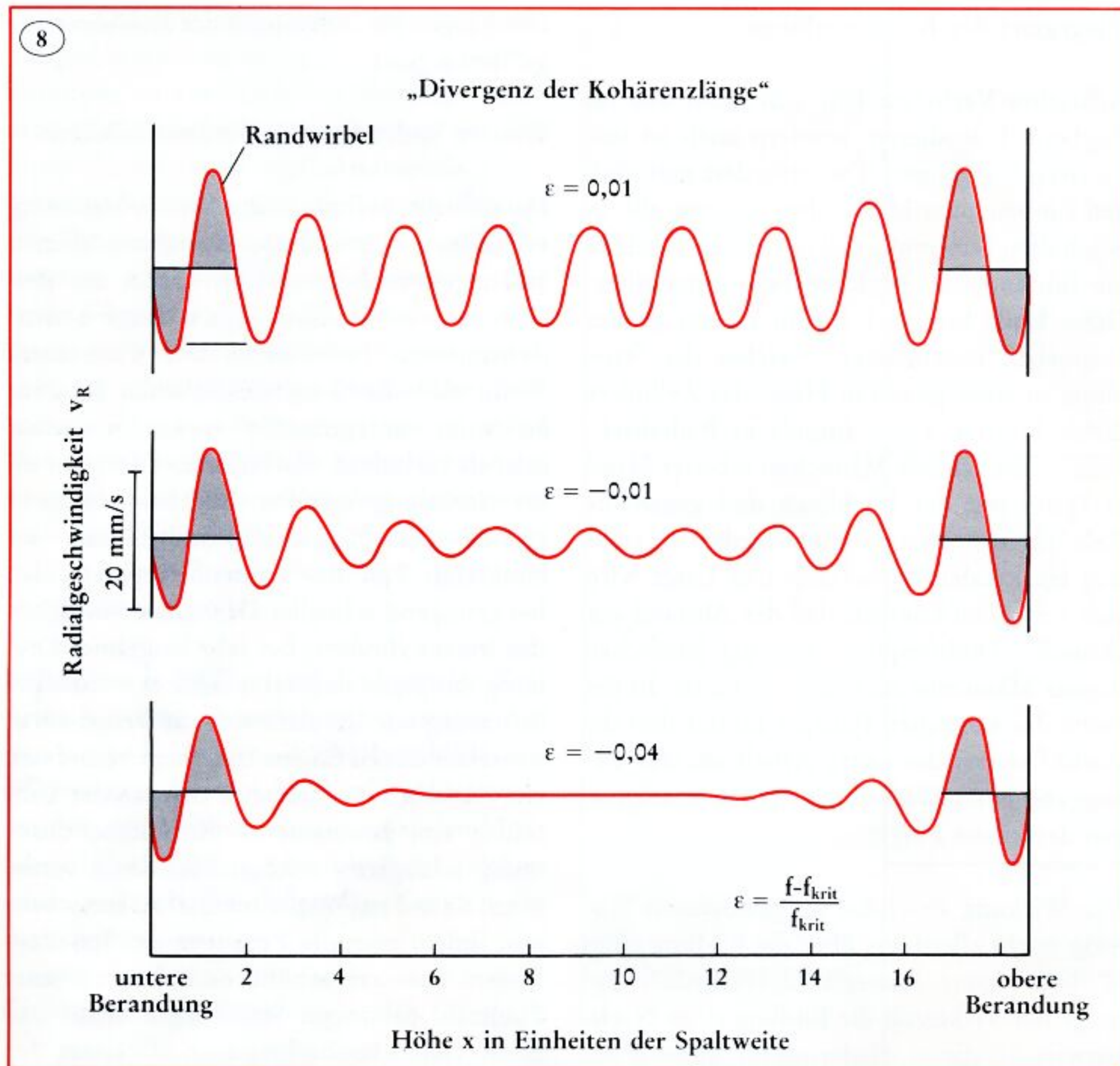
Wichtiger als diese Überlegung ist es jedoch, sich die Bedeutung der Aussage $c = 0$ noch einmal vor Augen zu führen. Am kritischen Punkt erzielt das grüne Männchen durch Einsatz des kleinen Fingers eine beliebig weitreichend Wirkung (Abbildung 8). Das entsprechende Phänomen wird bei Phasen-

übergängen als „Divergenz der Kohärenzlänge“ bezeichnet.

Weitere hydrodynamische Instabilitäten

Da sich die zylindrische Couette-Strömung verhältnismäßig einfach mit relativ kleinen Störungen realisieren läßt, eignet sie sich auch gut zum Studium eines anderen hydrodynamischen Phänomens: Der Turbulenz. Wenn sich die Geschwindigkeiten in einer Strömung unregelmäßig verändern, nennt man sie turbulent. Turbulentes Verhalten einer Strömung erreicht man bei genügend großen Strömungsgeschwindigkeiten; im konkreten Fall des Couette-Apparats also bei genügend schneller Drehgeschwindigkeit des Innenzylinders. Bei sehr langsamer Drehung hingegen liegt die laminare Couette-Strömung vor. Es stellt sich die Frage, ob es zwischen diesen beiden Extremen irgendwelche Zwischenzustände gibt oder ob der Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung schlagartig erfolgt. Man kann versuchen, diese Frage experimentell zu beantworten, indem man die Frequenz des Innenzylinders langsam erhöht und den zu jeder Drehzahl gehörigen Strömungszustand studiert. Dabei beobachtet man als erstes den geschilderten Übergang von Couette-Strömung zu Taylorwirbeln. Weil sich bei dieser Strömung die Geschwindigkeiten an einem festen Ort überhaupt nicht ändern, ist sie sicher laminar. Bei weiterer Erhöhung der Rotationsgeschwindigkeit beobachtet man mindestens zwei weitere hydrodynamische Instabilitäten. Bei der ersten werden die stationären Taylorwirbel instabil gegen sogenannte wellenförmige Wirbel. In dieser Phase bekommt der Torus, in dem die Teilchen um den Innenzylinder laufen, eine wellenförmige Oberfläche, wie in Abbildung 9 skizziert. Der so deformierte Torus dreht sich unter Beibehaltung seiner Gestalt mit einer festen Frequenz um den Innenzylinder. Der stationäre Beobachter mißt in dieser Phase eine sich periodisch ändernde Geschwindigkeit. Das bedeutet, daß die Strömung ihre zeitliche Translationsinvarianz eingebüßt hat. Man findet das gleiche Strömungsbild jetzt nur noch zu periodisch wiederholten Zeitpunkten vor, also auf einer einfach unendlichen Punktmenge von Zeiten, nicht mehr auf dem Kontinuum aller möglichen Zeiten wie unterhalb der kritischen Drehzahl.

Bei weiterer Erhöhung der Drehzahl werden auch die wellenförmigen Wirbel wieder instabil. In der neuen Strömungsphase darf



man sich den deformierten Torus nicht mehr als starren Körper vorstellen, er ändert seine Gestalt jetzt periodisch mit der Zeit. Es ist hier nicht nötig, sich den relativ komplizierten Strömungsverlauf genau vorstellen zu können. Man sollte sich nur klarmachen, daß auch diese neue Instabilität einen weiteren Schritt auf dem Weg von der Ordnung (Couette-Strömung) zum Chaos (Turbulenz) bedeutet. Bisher war das Zeitverhalten der Strömung einfach periodisch, wobei die Frequenz durch die Umdrehungsgeschwindigkeit des Torus gegeben war. Jetzt muß zur Beschreibung des Zeitverhaltens auch noch eine zweite Frequenz herangezogen werden, nämlich die, mit der sich die Gestalt des Torus ändert (Abbildung 10).

Die bisher erreichte Strömungsform ist zwar kompliziert, aber keineswegs turbulent. Das Zeitverhalten ist durchaus regelmäßig.

Trotzdem kann man sagen, daß diese Strömung dem turbulenten Zustand sehr viel näher kommt als die Couette-Strömung, denn durch die beschriebenen Zerstörungen von Symmetrieeigenschaften an den kritischen Punkten besitzt sie ein geringeres Maß an Ordnung.

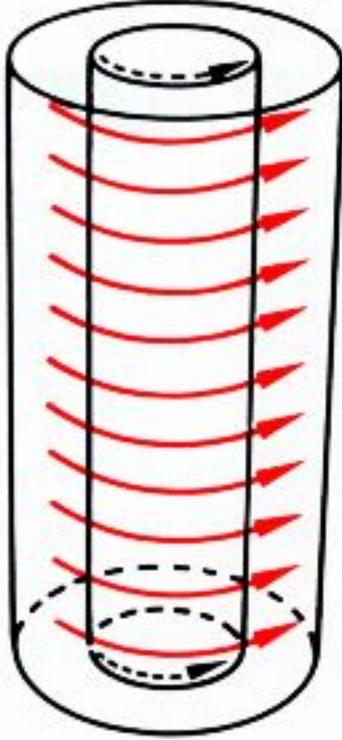
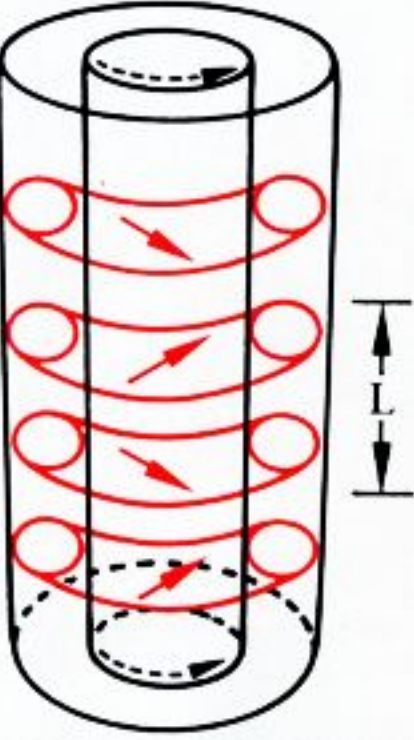
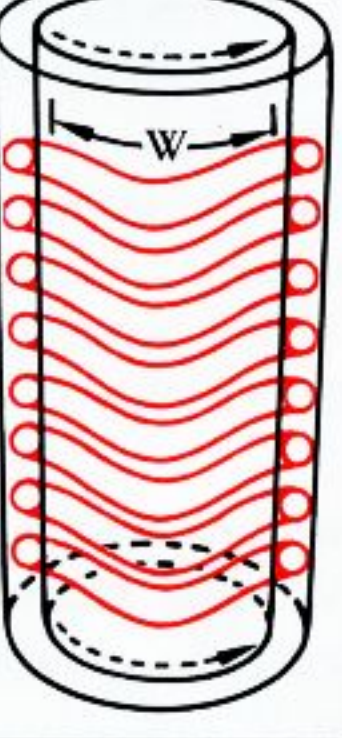
Abb. 8. Geschwindigkeitsprofil für drei verschiedene Frequenzen f des Innenzylinders. Entlang der x -Achse ist die Höhe des Meßortes über dem Boden aufgetragen, gemessen wurde die Radialgeschwindigkeit der Strömung (y -Achse). Dabei bedeuten positive Werte nach außen gerichtete Strömung. Der Parameter $\epsilon = (f - f_{\text{krit}}) / f_{\text{krit}}$ beschreibt den Abstand von der kritischen Drehgeschwindigkeit des Innenzylinders. $\epsilon < 0$ bedeutet $f < f_{\text{krit}}$ und $\epsilon > 0$ bedeutet $f > f_{\text{krit}}$. In einer Couette-Strömung existiert am unteren und oberen Deckel bei jeder beliebigen Drehgeschwindigkeit ein Randwirbel, man kann ihn am besten an der Kurve $\epsilon = -0,04$ erkennen. Direkt am unteren Deckel ist die Strömungsgeschwindigkeit Null, weil die Flüssigkeit hier haftet. Dann folgt ein Bereich, in dem die Strömung zum Innenzylinder fließt (negative v_R -Werte). In etwas größerem Abstand ($x \approx 1$) erkennt man den zugehörigen Rücktransport von Flüssigkeit, hier ist die Strömung auswärts gerichtet. Diese Randwirbel spielen die Rolle der im Text beschriebenen grünen Männchen, denn sie fördern die Bildung von Sekundärwirbeln. Bei der Kurve $\epsilon = -0,04$ erkennt man den ersten Sekundärwirbel noch recht deutlich,



während der zweite schon sehr schwach ist. Bei Annäherung an den kritischen Punkt wachsen die Sekundärwirbel jedoch aus den im Text beschriebenen Gründen, so daß für $\epsilon = -0,01$ schon der ganze Zylinder von Wirbeln erfüllt ist, obgleich bei dieser Frequenz in einem Zylinder ohne Randstörungen noch gar keine Wirbel auftreten würden.

Abb. 9. Nach der zweiten Instabilität sind die „Fahrradschläuche“, auf denen die Teilchen umlaufen, wellenförmig deformiert und rotieren wie starre Körper um den Innenzylinder.

Abb. 10. Instabilitäten und Symmetriebrechungen. Die Couette-Strömung besitzt ein hohes Maß an Symmetrie: Es spielt keine Rolle, aus welcher Höhe man die Strömung betrachtet, d.h. sie ist translationsinvariant entlang der Vertikalen. Das Strömungsbild hängt auch nicht vom Betrachtungswinkel ab, es ist rotationsinvariant. Die Strömung ändert sich nicht mit der Zeit, sie ist zeitinvariant. Bei den Taylor-Wirbeln bleiben die beiden letztgenannten Symmetrien erhalten, aber die Translationsinvarianz gilt nur noch einge-

<p>10</p> <p>Couette-Strömung</p> 	<p>Symmetrie:</p> <p>Translationsinvariant</p> <p>Rotationsinvariant</p> <p>Zeitinvariant</p>
<p>Taylor-Wirbel</p> 	<p>Gebrochene Symmetrie:</p> <p>Translationsinvarianz</p>
<p>Wellenförmige Wirbel</p> 	<p>Gebrochene Symmetrie:</p> <p>Rotationsinvarianz</p> <p>Zeitinvarianz</p>
<p>Modulierte wellenförmige Wirbel</p>	<p>Gebrochene Symmetrie:</p> <p>Rotationsinvarianz</p> <p>Zeitinvarianz</p>

schränkt: Das Strömungsbild hängt im allgemeinen von der Höhe des Betrachters ab, nur bei Verschiebungen um die Strecke L oder Vielfachen davon bietet sich ihm das gleiche Bild. Bei den wellenförmigen Wirbeln wird der Beobachtungswinkel des Betrachters wichtig. Nur bei Änderung seines Blickwinkels um Vielfache von W wird er die gleiche Strömung beobachten. Zeitinvariant ist die Strömung nur noch, wenn der Betrachter mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie das Strömungsbild rotiert. Modulierte wellenförmige Wirbel schließlich sind auch im mitrotierenden System nicht mehr zeitinvariant.

Ausblick: Die Entstehung der Turbulenz

Es ist denkbar, daß bei weiterer Erhöhung der Drehfrequenz nichts grundsätzlich Neues geschieht. Es könnten beliebig viele weitere Instabilitäten auftauchen, die das Strömungsbild ständig weiter verkomplizieren.

Schließlich ist es derartig chaotisch, das der Experimentator resigniert von Turbulenz spricht und sich nur noch zu einer statistischen Beschreibung der Strömung in der Lage sieht. Die soeben skizzierte Vorstellung von der Turbulenzentstehung stammt von Landau. In diesem Bild gibt es keinen defi-

nierten Umschlagpunkt von laminarer zu turbulenter Strömung.

Die experimentellen Resultate mancher Forschergruppen scheinen dem zu widersprechen. Bei weiterer Erhöhung der Geschwindigkeit des Innenzylinders tritt nur noch eine einzige Instabilität auf. Oberhalb dieser 4. kritischen Drehzahl benimmt sich die Strömung turbulent. Tatsächlich gibt es neuere Theorien, namentlich die von Ruelle und Takens, die die Existenz von nur 4 (oder einer ähnlich kleinen Zahl) Instabilitäten behaupten. Allerdings fallen die Experimente nicht so eindeutig aus, wie die bisherige Beschreibung es glauben machen wollte. Verschiedene Forschergruppen finden in der zylindrischen Couette-Strömung mehr als vier Instabilitäten. Das läßt darauf schließen, daß der Mechanismus der Turbulenzentstehung von Einzelheiten der Geometrie der verwendeten Apparatur abhängt, also beispielsweise vom Radienverhältnis Innenzylinder/Außenzylinder. Man kann spekulieren, daß sich die Frage nach dem Wesen der Turbulenzentstehung gar nicht allgemein beantworten läßt, sondern daß viele verschiedene Wege von geordneter Strömung zum Chaos führen.

Literatur:

R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: The Feynman Lectures on Physics, Vol. II, Addison-Wesley Reading, Mass. (1964).

H. Haken: Synergetics, An Introduction, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1978.

Swinney, Gollub: Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1981.

Werdegang des Autors:

Ingo Rehberg, Studium der Physik 1974–1980, Universität Kiel. Seit 1980 arbeitet er als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Göttinger Max-Planck-Institut für Strömungsforschung.

Anschrift:

Dipl.-Phys. Ingo Rehberg, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Böttinger Str. 4–8, 3400 Göttingen.