

ISSN 0374-1257

Nr. 75 1983

Mitteilungen

aus dem

Max-Planck-Institut für Strömungsforschung

Herausgegeben von E.-A. Müller

Ingo Rehberg

Eine strömungsakustische
Spitzenkatastrophe

Eine strömungsakustische Spitzenkatastrophe

von

Ingo Rehberg

Übersicht

Die transsonische Durchströmung eines Rohres mit unstetiger Querschnittserweiterung führt zu selbstangeregten Strömungsschwingungen, die mit starker Schallabstrahlung verbunden sind. Die Frequenz des Schalls wird durch die Länge des Rohres beeinflusst:

Verlängern des Rohres führt zur Frequenzerniedrigung, allerdings nur bis zu einer kritischen Länge l_c des Rohres. Eine weitere Verlängerung des Rohres führt dann zu einer unstetigen Frequenzerhöhung. Dieser Frequenzsprung ist mit Hysterese verbunden, d.h. bei anschließender Verkürzung des Rohres findet der Sprung bei einer Länge $l_1 < l_c$ statt.

Dies experimentelle Verhalten wird durch 2 einfache nichtlokale Differentialgleichungen simuliert, in denen das Rohr lediglich als ein Zeitverzögerungsglied für Schall aufgefaßt wird. Sowohl im Experiment als auch im Modell verschwindet die Hysterese, wenn die Schallreflektion am Ende des Rohres einen kritischen Wert unterschreitet. Im Rahmen der Thom'schen Katastrophentheorie stellt dieses Verhalten eines der seltenen Beispiele für die Spitzenkatastrophe eines zeitabhängigen Systems dar.

Selbstverlag:
MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR STRÖMUNGSFORSCHUNG
BÖTTINGERSTRASSE 48 · POSTFACH 867
D-3400 GÖTTINGEN

Schriftleitung:
G. Grabitz

A Cusp Catastrophe in Flow Acoustics

by
Ingo Rehberg

The transonic flow in a duct following an abrupt enlargement of cross-section leads to self-induced flow oscillations acting as a sound generator. It is shown that the frequency of the oscillation is influenced by the length of that duct: Increasing duct length will lead to a frequency decrease, but only up to a critical length l_c of the duct. If this length is further increased, the frequency will jump to higher values. This jump is accompanied by hysteresis: Decreasing the duct length again leads to a jump to the lower frequency at a length $l_c' < l_c$. The above behavior is then simulated by 2 simple mathematical models. The transonic oscillator is represented by a nonlinear equation leading to oscillations, and the acoustic resonator, i.e. the duct, is represented by a term including a time lag.

It is shown for both the experiment and the model that the hysteresis vanishes if the sound reflection at the end of the duct is decreased below a certain critical value. This behavior can be interpreted as being one of the rare examples for a cusp catastrophe of an oscillating system.

Inhaltsverzeichnis

- 1. Die Verknüpfung von Stabilitätstheorie und Strömungsakustik ... 1
- 2. Der Aufbau des Experiments 6
 - 2.1 Beschreibung des Strömungskanals 6
 - 2.2 Die Konfiguration des Experimentrechners 8
 - 2.3 Ein Programmbeispiel (Phasenrichtiges Fotografieren) 12
- 3. Darstellung der experimentellen Ergebnisse 38
 - 3.1 Schwingungsverhalten bei Änderung von Druck und Länge 38
 - 3.2 Die Spitzenkatastrophe bei Änderung des Rohrschlusses ... 45
 - 3.3 Die Spitzenkatastrophe bei Änderung von Druck und Länge ... 57
- 4. Mathematische Modelle zur Simulation der Zieherscheinungen ... 69
 - 4.1 Gekoppelte elektrische Schwingkreise als Modellfall 69
 - 4.2 Die Spitzenkatastrophe am Beispiel elektrischer Schwingkreise 72
 - 4.3 Begründung der beiden Modellgleichungen 75
 - 4.4 Hopf-Verzweigung einer Differentialgleichung mit Zeitverzögerungsterm 80
 - 4.5 Numerische Integration der Modellgleichungen 85
 - 4.6 Zieherscheinungen bei Ankopplung eines Resonators 89
 - 4.7 Spitzenkatastrophen bei Änderung von Reflektionsgrad und Eigenfrequenz 94
 - 4.8 Quasiperiodische Lösungen 106
- 5. Zusammenfassung, Kritik und Ausblick 111
- 6. Literaturverzeichnis 113
- 7. Danksagung 121

1. Die Verknüpfung von Stabilitätstheorie und Strömungsakustik

Die Strömungsmechanik bietet eine Fülle ungelöster Aufgaben, wobei das Turbulenzproblem wohl die größte Aufmerksamkeit auf sich gezogen hat. Überspitzt könnte man sagen, dies Problem sei so komplex, daß noch nicht einmal die Frage jemals exakt formuliert wurde. Ein Teilproblem, die Frage nach der Entstehung der Turbulenz, ist jedoch wohldefiniert. Ausgehend von der Beobachtung, daß bei kleinen Reynoldszahlen laminare Strömung, bei großen turbulente Strömung vorliegt, möchte man wissen, wie sich dieser Übergang bei Erhöhung der Reynoldszahl vollzieht. Es zeigt sich, daß er häufig mit dem Durchlaufen einer endlichen Zahl von hydrodynamischen Instabilitäten verbunden ist.

Das Interesse an hydrodynamischen Instabilitäten hat in den letzten Jahren sehr zugenommen. Dafür gibt es mindestens drei Gründe. So hat der Einsatz von Rechenmaschinen die Theorie sehr unterstützt. Die Entwicklung neuer, berührungsloser Meßtechniken (Laser-Doppler-Anemometrie) machte die Vermessung kritischer Phänomene möglich. Schließlich besteht auch ein interdisziplinäres Interesse an den Ordnungs-Unordnungsübergängen in Flüssigkeiten. Diese Denkrichtung ist unter dem Namen "Synergetik" (Haken 1978) bekannt. Sie geht von der Beobachtung aus, daß zwischen den hydrodynamischen Instabilitäten bei Änderung der Reynoldszahl und anderen Instabilitäten, beispielsweise solchen der menschlichen Gesellschaft bei Änderung äußerer Parameter wie etwa der ökonomischen Verhältnissen gewisse Analogien bestehen. Dieser Vergleich ist freilich extrem gewählt. Es darf bezweifelt werden, daß aus dieser Ähnlichkeit ein vertieftes Wissen über Hydrodynamik gewonnen werden kann. Dagegen ließen sich aus der Analogie zwischen klassischen Phasenübergängen und hydrodynamischen Instabilitäten schon fruchtbare Schlüsse ziehen (Brandstätter, Pfister, Schulz-DuBois 1982).

Im Rahmen der synergetischen Betrachtungsweise kommt es nicht auf die speziellen Eigenschaften eines hydrodynamischen Systems an, sondern nur auf solche, die auch bei einer Abänderung der experimentellen Apparatur noch erhalten bleiben. In diesem Zusammenhang bürdern sich dafür

die aus der Mathematik stammenden Vokabeln "generisch" und "strukturell stabil" (Haken 1961) ein. Man könnte nun meinen, daß derartig allgemeine Aussagen nichtssagend werden, aber das ist nicht der Fall. Ein schönes Beispiel hierfür stellt die Arbeit von Benjamin (1978, 1982) dar. Es handelt sich um die experimentelle Untersuchung des hysteretischen Übergangs zwischen zwei und vier Wirbeln in einer Taylor-Couette-Apparatur. Bemerkenswert ist, daß sich die Struktur des vermessenen "bifurcation set" in einer geeigneten Parameterebene aus einigen Sätzen über die Lösungen des zugrunde liegenden mathematischen Problems deduzieren läßt.

Lokal gesehen hat Benjamin eine Spitzenkatastrophe vermessenen. Dies Wort stammt aus der von R.Thom (1975) begründeten Katastrophentheorie. Sie beschäftigt sich mit der Klassifizierung mathematischer Singularitäten, aber nur mit den strukturell stabilen Erscheinungsformen. Von daher besteht eine Analogie zur synergetischen Betrachtungsweise. Ähnlich wie in der Arbeit von Benjamin soll nun auch hier eine Spitzenkatastrophe aus dem Bereich der Strömungsmechanik vermessenen werden. Allerdings geht es nicht um hysteretische Übergänge zwischen stationären Strömungen, sondern um Sprünge zwischen zwei stabilen periodischen Strömungsformen. Für die Theorie stellt das eine beträchtliche Steigerung der Komplexität des Problems dar. Die von Benjamin aufgestellten Sätze über die Anzahl der möglichen Lösungen des Gleichungssystems lassen sich z.B. nicht ohne weiteres auf zeitabhängige Lösungen übertragen. Tatsächlich gibt es kaum Beispiele für Spitzenkatastrophen zeitabhängiger Systeme, am bekanntesten sind wohl die Verzweigungen der Duffing-Gleichung (Holmes, Rand 1976).

Im Gegensatz zu Benjamins Problem spielt bei der vorliegenden Untersuchung die Kompressibilität des Mediums eine entscheidende Rolle. Das Untersuchungsobjekt stammt aus dem Bereich der Strömungsakustik. Dieses Teilgebiet der Kontinuumsmechanik beschäftigt sich mit der Wechselwirkung von Strömungen und Schall (siehe z.B. Müller 1961). Zwar läßt sich diese Unterscheidung nicht exakt durchführen, denn Schall ist schließlich nur eine spezielle Strömungsform; trotzdem erweist sie

sich als sinnvoll. Ein Paradebeispiel für ein strömungsakustisches Problem sind die Strömungsschwingungen hinter einer unstetigen Querschnittserweiterung (Meier et al. 1978). Eine gewisse Vertrautheit mit den dort beschriebenen und zitierten Untersuchungen ist für das weitere Verständnis dieser Arbeit unerlässlich. Daher soll versucht werden, die wichtigsten Ergebnisse kurz zusammenzufassen.

Wesentlich bei unserem Versuch ist die Entstehung eines Verdichtungsstoßes stromabwärts von der Querschnittserweiterung. Dazu muß die Strömung vorher auf Schallgeschwindigkeit beschleunigt werden, was durch eine konvergente Düse stromaufwärts der Querschnittserweiterung bewirkt wird. In Abhängigkeit von dem Verhältnis des Druck vor und hinter der Querschnittserweiterung bilden sich dann ein oder mehrere Verdichtungsstöße im Kanal. Je nach der sich einstellenden Strömungsform findet man verschiedene Schwingungstypen der Strömung vor. Am besten untersucht ist wohl die sogenannte Totwasserschwingung. Sie ist durch starke Druckschwankungen im Totwasser hinter der Rohrerweiterung charakterisiert und mit beträchtlicher Schallabstrahlung verbunden. Die Totwasserschwingung stellt sich nur in einem beschränkten Druckbereich ein. Darüber hinaus spielt das Maß der Querschnittserweiterung eine Rolle, erstens darauf, ob die Schwingung sich überhaupt einstellt, zweitens auf die Frequenz der entstehenden Schwingung.

Aus den zahlreichen experimentellen Untersuchungen haben sich drei theoretische Modelle der Totwasserschwingung entwickelt (Grabitz 1976). Dabei leitet das dort beschriebene Modell Nr.III die Frequenz und Amplitude der Schwingung nur aus Geometrieparametern ab. Die Strahlgrenzen des Überschallfreistrahs werden durch gerade Linien idealisiert, und der Strahl wird durch einen senkrechten Verdichtungsstoß abgeschlossen (siehe Bild 27). Das Expansionsgebiet und die Stoßfront werden durch die gasdynamischen Grundgleichungen beschrieben. Die numerische Berechnung dieser Gleichungen ergab dann für genügend kleinen Totwasserdruck eine stabile stationäre Lösung. Bei Erhöhung des Totwasserdrucks kommt es zu einer Hopf-Verzweigung. Die stationäre Lösung wird instabil gegen kleine Störungen und das System schwingt auf einem

stabilen Grenzzyklus. Diesem Schwingungsvorgang liegt eine Rückkopplung zugrunde, die man physikalisch gut verstehen kann. Eine kleine Änderung des Totwasserdrucks bewirkt nämlich eine Änderung des Strahlöffnungswinkels und des Stoßendrucks. Der Stoßendruck beeinflusst seinerseits den Druck in der wandnahen Schicht. Der Druckausgleich zwischen diesem und dem Totwasserdruck wird im Modell III durch eine in-stationäre Bernoulli-Gleichung beschrieben; damit schließt sich die Rückkopplungsschleife. Die Druckinformation muß über die wandnahe Grenzschicht laufen, weil stromaufwärts des Verdichtungsstoßes Überschallgeschwindigkeit herrscht. Das frequenzbestimmende Moment dieser Schwingung steckt in der Bernoulli-Gleichung, denn der Stoßendruck folgt dem Totwasserdruck momentan, und auch die Übertragung auf den Druck in der grenznahen Schicht geschieht momentan. Wenn dies Modell zutreffend ist, müßte eine Vergrößerung des Totwasservolumens zu einer Verkleinerung der Schwingungsfrequenz führen. Dieser Versuch ist von Jungowski (1968) durchgeführt worden, wobei das Ergebnis jedoch nicht ganz eindeutig ausgefallen ist. Es zeigt sich allerdings, daß eine Verkleinerung des Druckverhältnisses zu einer Erhöhung der Frequenz führt. Das läßt sich erklären, weil dann der Öffnungswinkel des Strahls vergrößert, das Totwasservolumen verkleinert wird.

Für die periodische Entleerung und Füllung des Totwassers muß nun nicht unbedingt die Bernoulli-Gleichung allein verantwortlich sein. Nach Jungowski wird das Totwasser vorwiegend durch die turbulente Grenze des Überschallstrahls abgesaugt. Diese Feststellung steht jedoch nicht im Widerspruch zum Modell III, sondern könnte als Ergänzung eingebaut werden. Dieser Mechanismus erklärt, warum es beim Anlegen des Überschallgebiets an die Wand nicht zum Stillstand der Schwingung kommt.

Experimentell ist neben dem Öffnungsverhältnis auch der Einfluß der Resonatorlänge auf die Frequenz der Totwasserschwingung sehr eingehend untersucht worden. Von größter Wichtigkeit für die vorliegende Arbeit sind dabei die Untersuchungen von Anderson und Meier (1982). Hier wurde gezeigt, daß die Resonanz mit dem Rohrresonator eine wichti-

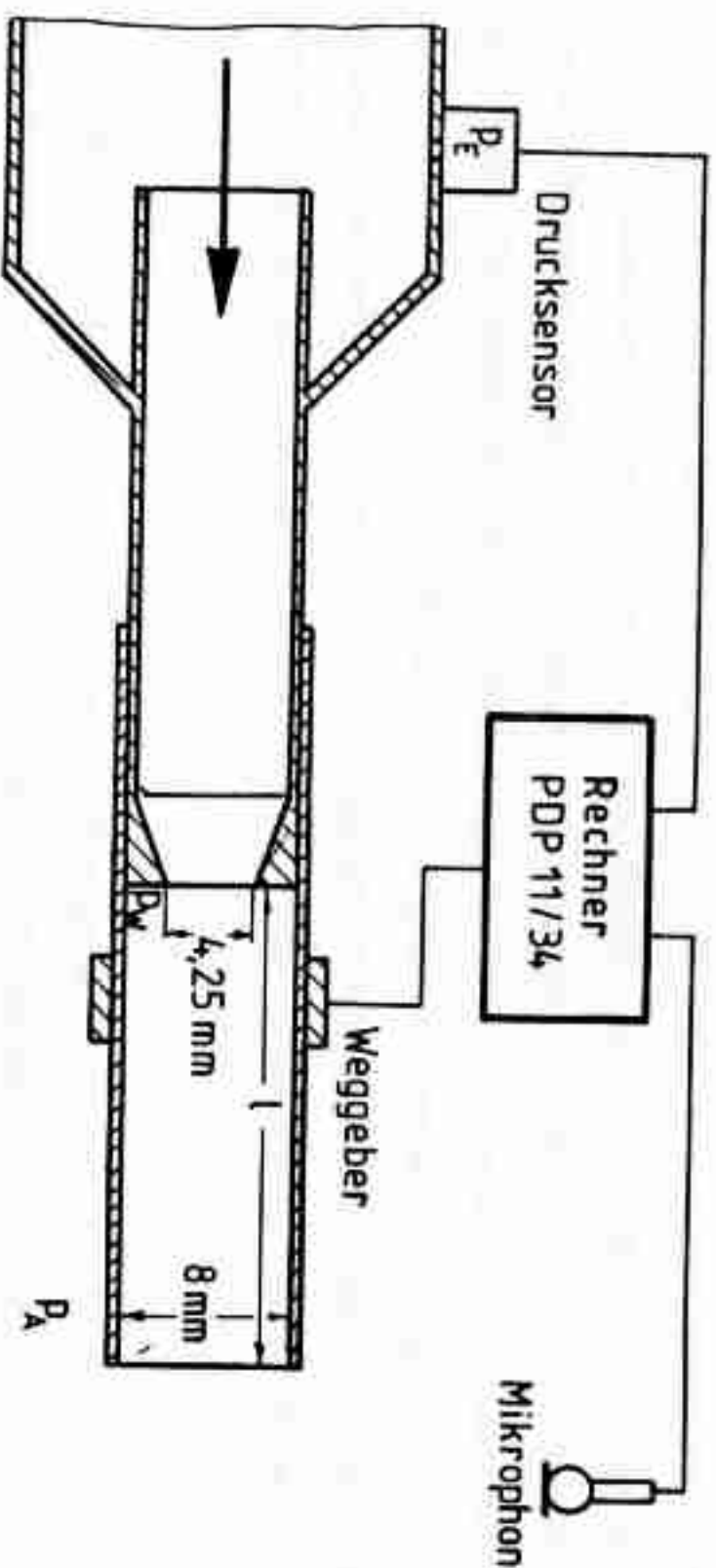
ge Rolle für die Amplitude der Schwingung spielt. Dabei können sowohl die Grundschwingung des Rohres als auch die höheren Moden angeregt werden. Darüber hinaus machen die Autoren den Einfluß der Rohrlänge auf die Frequenz der Schwingung deutlich. An diesen Punkt schließt die vorliegende Arbeit an. Es soll der Zusammenhang von Resonatorlänge und Schwingungsfrequenz unter besonderer Berücksichtigung von Hystereseerscheinungen vermessen werden.

2. Der Aufbau des Experiments

Dies Kapitel erläutert zunächst den Strömungskanal, in dem die untersuchte Totwasserschwingung erzeugt wurde. Daran schließt sich eine Beschreibung der Meßgeräte an. Die Meßgrößen wurden einem Experimentrechner zugeführt. Da dieser recht komplex aufgebaut ist, wird auf seine Darstellung ein eigener Abschnitt verwendet. Um einen Eindruck von der Art zu vermitteln, in der dieser Rechner programmiert wird, soll anschließend ein Programmbeispiel eingehender besprochen werden. Dieser Abschnitt sollte auch für einen Leser verständlich sein, der nur wenig von Programmierung eines Rechners versteht. Er kann überschlagen werden, ohne das weitere Verständnis der Arbeit zu gefährden.

2.1 Beschreibung des Strömungskanals

Das Bild 1 zeigt eine schematische Darstellung des Strömungskanals.



- Bild 1 -

In einem Druckkessel steht Luft unter einem Überdruck von maximal 6 bar zur Verfügung. Sie wird durch zwei Ventile in der Zuleitung auf den benötigten Überdruck gedrosselt. Zwei Ventile statt eines einzigen werden verwendet, weil dies die unerwünschte Geräuscherzeugung verringert. Um die an den Ventilen entstehenden Wirbelungen zu beruhigen, verdoppelt sich der Durchmesser anschließend von 1 Zoll auf 2 Zoll. Diese aufgeweitete Strecke ist 50cm lang und mit feinsporigem Material angefüllt, um sowohl die Turbulenzen als auch den Schall zu dämpfen. Anschließend verjüngt sich das Rohr wieder auf 1 Zoll. In dieses Rohr mündet nun ein sehr viel dünneres mit einem Innendurchmesser von 6mm. Es verjüngt sich im Auslauf auf einer Länge von 5,5mm konisch auf 4,25mm Durchmesser. In dieser konvergierenden Düse wird die Strömung auf Schallgeschwindigkeit beschleunigt. Über diesem Rohr steckt ein weiteres mit passendem Innendurchmesser (5mm), welches auf dem inneren Rohr verschoben werden kann. Durch diese Anordnung erreicht man eine stufenlose Verlängerung des Mündungsrohres. Es ist die gleiche, die in den Versuchen von Anderson und Meier (1982) Verwendung fand.

Parallel zu dem verschiebbaren Rohr läuft ein motorgetriebener Wagen auf einer Führungsschiene. Auf der einen Seite ist er fest mit dem beweglichen Rohr verbunden, auf der anderen mit einem Wegaufnehmer. Es handelt sich um einen optisch-mechanischen Typ (Heidenhain). Dabei werden die Hell-Dunkel-Ereignisse gezählt (Heidenhain VR2100.070), die entstehen, wenn man einen beweglichen Kamm an einem festen mit der gleichen Gitterkonstante vorbeigleiten läßt. Die Weginformation liegt also von vornherein digital vor; sie wird auf 24 parallelen Leitungen zum Rechner übertragen.

Neben der Länge wird der Überdruck stromaufwärts von der konvergierenden Düse gemessen. Dazu befindet sich im Mündungsbereich des inneren Rohres (siehe Bild 1) ein piezoresistiver Druckwandler (Kistler 4071A10). Er mißt in guter Näherung den Ruhedruck, der in der Zeichnung PE genannt wird. Gemäß der in der transsonischen Forschung üblichen Konvention wird im folgenden immer

p = Außendruck/Ruhedruck = PA/PE ,

also im wesentlichen der Reziprokwert des Ruhedrucks angegeben. Die verstärkte Brückenspannung wird einem integrierenden Digitalvoltmeter (Keithley 177DDM) zugeführt, der digitale Meßwert dann über einen IEC-Bus in den Rechner eingelesen.

In Abhängigkeit von den Parametern Druck und Länge soll nun der erzeugte Schall gemessen werden. Dazu befindet sich ca. 50cm vor der Pfeifenmündung ein Mikrophon, und zwar ca. 50 cm unterhalb der Achse, so daß es nicht direkt von dem Freistrahlf getroffen wird. Das verstärkte (Monacor SA800) Signal wird dem am Rechner befindlichen Analog-Digital-Wandler zugeleitet.

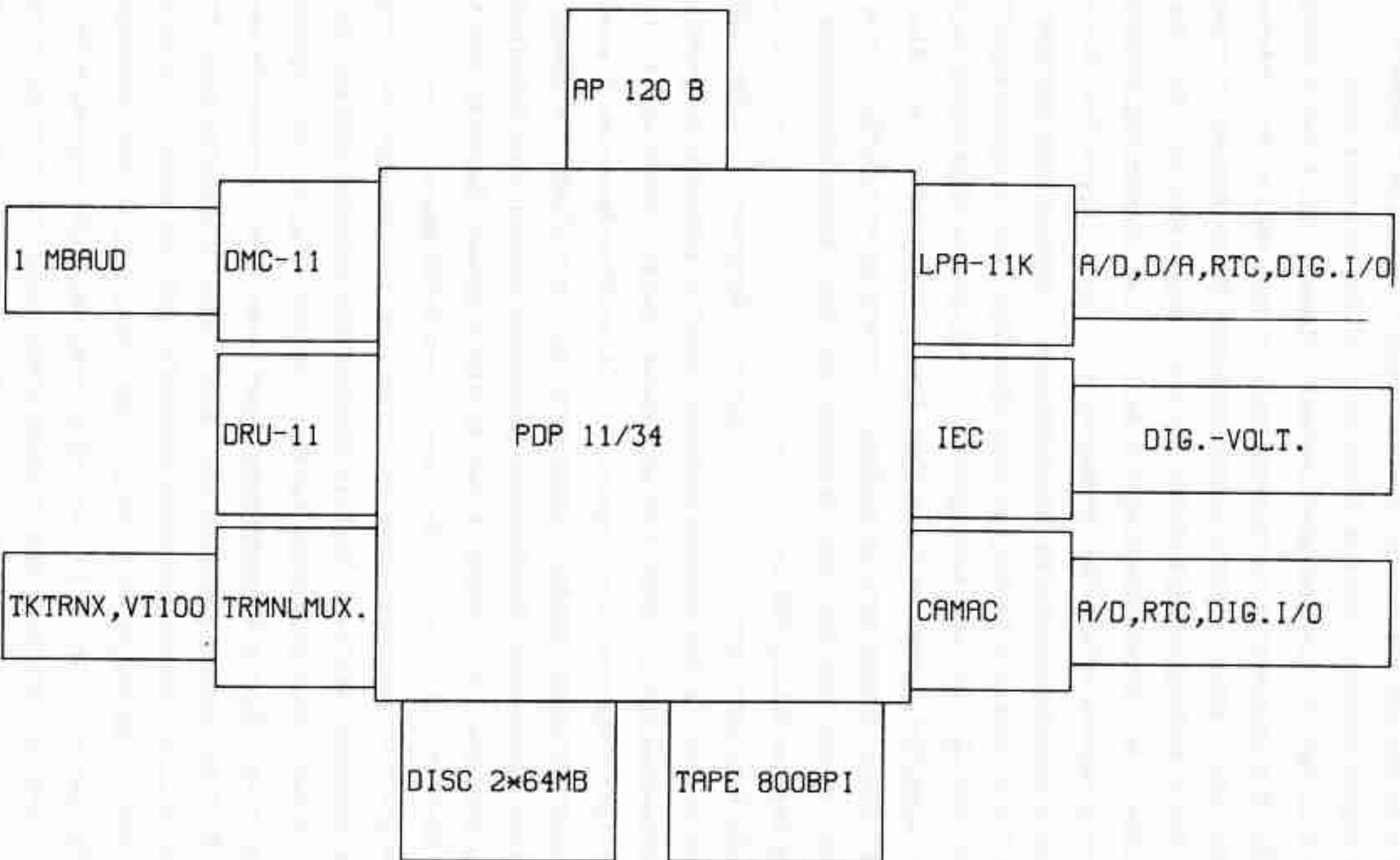
2.2 Die Konfiguration des Experimentrechners

Das Experiment wurde im großzügigen Maßstab rechnerunterstützt durchgeführt, weil auf das Rechnersystem zurückgegriffen werden konnte, das die Datenverarbeitung am Transsonikkanal des Instituts bewerkstelligt (Jungowski, Bericht erscheint 1983). Da dies bisher noch nirgends eingehender beschrieben wurde, soll es an dieser Stelle geschehen. Dabei erweist sich der Gebrauch englischer Fachausdrücke leider als unvermeidlich, denn der Versuch einer Übersetzung dieser Begriffe führt oft zur Unverständlichkeit.

Der Experimentrechner ist ein Minicomputer vom Typ PDP11/34 (Digital Equipment Corporation). Das Attribut "Mini" besagt im wesentlichen, daß es sich um einen 16 Bit Rechner handelt. Als Betriebssystem verwenden wir RSK-11M V03.2 (Digital Equipment).

Bild 2 zeigt eine Übersicht der Peripherie dieses Experimentrechners. Die drei für die Datenerfassung wesentlichen Komponenten sind rechts gezeichnet. Es handelt sich um:

- 1) Einen CAMAC-Crate Controller (CA11-FP, Digital Equipment). Das CA-



- Bild 2 -

MAC-Crate dient uns als normierte Schnittstelle zwischen Meßgeräten und dem Experimentrechner. An das Crate sind 16 Transientenrecorder angeschlossen (LeCroy), die analog eingehende Signale mit einer Genauigkeit von 10 Bit digitalisieren, und zwar mit einer maximalen Datenerfassungsgeschwindigkeit von 1MHz. Diese digitalisierten Werte werden in ebenfalls auf dem Crate befindlichen Modulen (LeCroy) gespeichert. Um die Geschwindigkeit der Datenerfassung vom Rechner aus steuern zu können, ist noch eine programmierbare Uhr vorhanden (LeCroy). Diese drei Komponenten dienen zur Erfassung von Drucksignalen. Schließlich befindet sich auf dem Crate noch ein Gerät zur digitalen Ein- und Ausgabe von Signalen (I/O 9017-U, Nuclear Enterprises). Bei meinem Experiment wird die bisher vorliegende Resonatorlänge über dieses Instrument erfaßt. Als Software zur Steuerung der CAMAC-Geräte verwenden wir MUMTI. Dieses Programmpaket stammt aus dem Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung (Busse, Degenhardt, Vidic 1980).

2) Ein IEC-Bus-Interface (IEC11-A, Digital Equipment). Der IEC-Bus dient uns ebenfalls als normierte Schnittstelle zwischen Meßgeräten und dem Experimentrechner. Über diesen Kanal werden vorwiegend langsam veränderliche Meßparameter eingelesen. In unserem Experiment wurde mit einem integrierenden Digitalvoltmeter (Keithley 177DDM) die Spannung an dem piezoelektrischen Drucksensor gemessen, welcher den Ruhedruck vor der Düse erfaßt. Als Software zum Einlesen dieser Spannung steht der Handler YG-T003C-BZ (Digital Equipment) zur Verfügung.

3) Einen mikroprozessorgesteuerten Controller für analoge und digitale Ein- und Ausgabe (LPA11-K, Digital Equipment). Dieser steuert in unserem Fall einen Analog-Digital-Wandler, einen Digital-Analog-Wandler, ein digitales Ein- und Ausgabegerät und eine Uhr. Hervorzuheben ist, daß der Mikroprozessor von sich aus, also ohne Belastung des Experimentrechners, auf dessen Speicher zugreift, d.h. es handelt sich um ein "direct memory access"-Gerät (DMA). Die Digitalisierung erfolgt mit einer Genauigkeit von 12 Bit bei einer maximalen Erfassungsgeschwindigkeit von 70 kHz. Mit dem LPA erfaßt ich im Experiment die verstärkte Ausgangsspannung des Mikrophons erfaßt. Die Software zur Steuerung des LPA ist Bestandteil des RSX-11M Betriebssystems.

Zur Speicherung der Meßwerte steht eine Magnetplatte (System Industries) mit einer Kapazität von 160 Megabyte zur Verfügung. Außerdem befindet sich auf dieser Platte das Betriebssystem des Rechners (RSX-11M) und alle zur Datenerfassung und Auswertung benötigten Programme. Die langfristige Speicherung von Daten erfolgt auf einem Magnetband. Beide Speichermedien sind im Bild 2 unterhalb des Zentralrechners angebracht.

Weil die Rechengeschwindigkeit des Experimentrechners nicht mit dem Tempo der Datenerfassung Schritt halten kann, verfügt er über einen Hilfsrechner (Arrayprozessor 120B, Floating Point Systems). Er ist im Blockschalbild oberhalb des PDP angedeutet. Dieser Zusatzrechner ist von seiner Hardware her auf die schnelle Durchführung einer diskreten Fouriertransformation nach dem FFT-Algorithmus (Fast Fourier Transform) zugeschnitten (siehe Lehrbücher über digitale Signalverarbeitung, z.B. Stearns 1975). Die grundlegende Fähigkeit dieser Maschine besteht darin, eine Multiplikation und eine Addition parallel auszuführen und gleichzeitig schon die Adressierung der nächsten Arrayelemente vorzunehmen. So wird eine FFT mit 1024 Meßwerten in etwa 3 Millisekunden durchgeführt, gegenüber dem Experimentrechner bedeutet das eine Geschwindigkeitssteigerung um zwei bis drei Größenordnungen. Die Steuerung des Arrayprozessors erfolgt mit APEX, einer vom Hersteller des Rechners gelieferten Software.

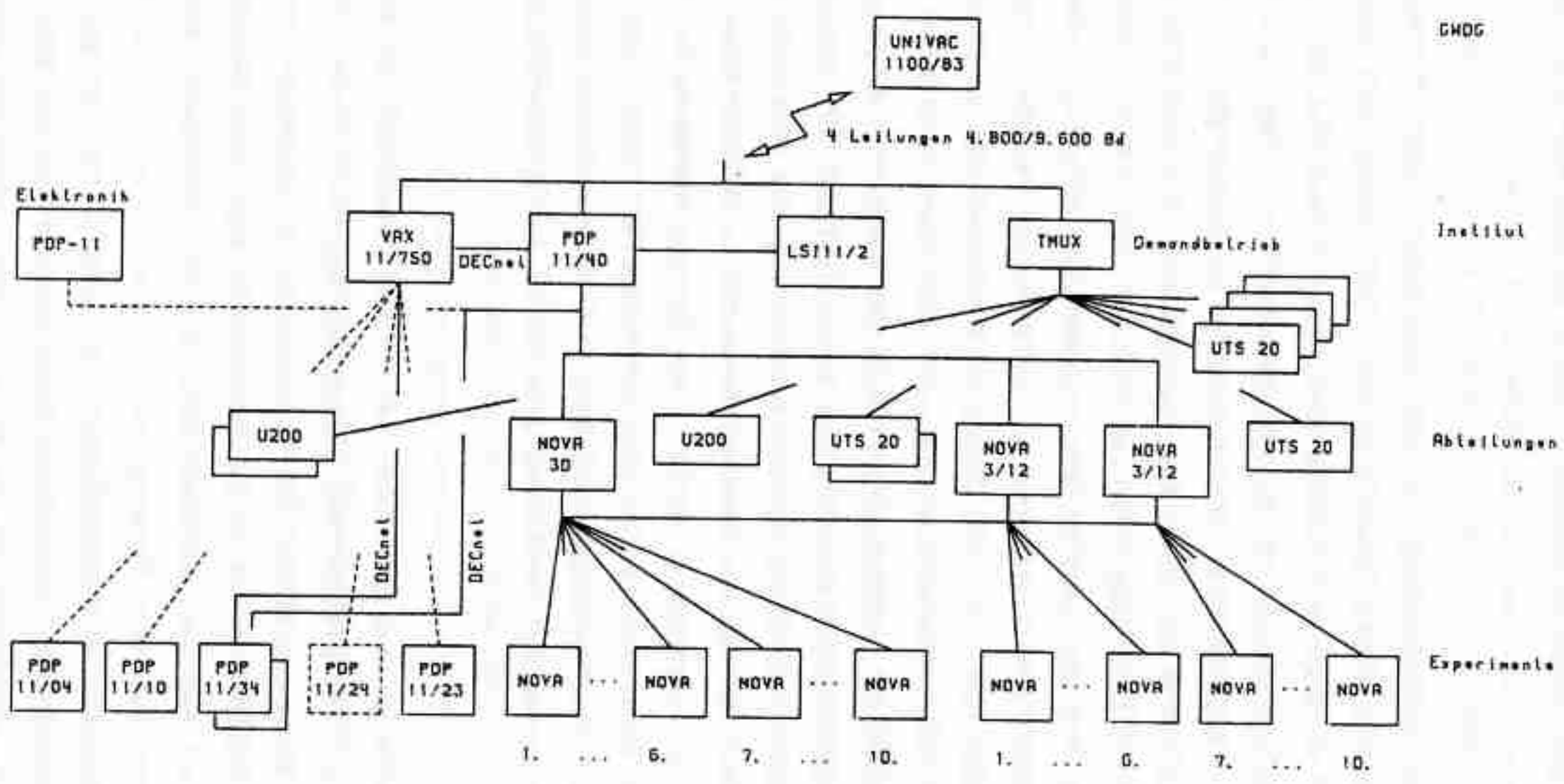
Schließlich müssen die Meßergebnisse noch sichtbar gemacht werden. Zu diesem Zweck befindet sich am Versuchsstand ein graphischer Bildschirm (Tektronix 4006), der über den Terminal-Multiplexer an den Rechner angeschlossen ist. Ein Bildschirminhalt kann über eine Hardcopy-unit auch dauerhaft festgehalten werden. Daneben erkennt man im Blockschalbild noch einen DRU-11C (Digital Equipment). Das ist ein mikroprozessorgesteuertes Interface für eine 16 Bit Parallelleitung zum bildverarbeitenden Abteilungsrechner. Von dieser Leitung wird im hier beschriebenen Experiment kein Gebrauch gemacht. Wichtig ist dagegen die Einbindung in den Rechnerverbund des Instituts über eine serielle Leitung, die mit einer Geschwindigkeit von 1Mbaud betrieben wird,

d.h. es werden 1 Million Bits pro Sekunde übertragen. Bei dem Leitungsinterface handelt es sich um einen DMC-11-Prozessor (Digital Equipment). Als Software zum Betreiben der Leitung wird DECNET (Digital Equipment) verwendet.

Aus dem Bild 3 ist die Struktur des Rechnerverbundes ersichtlich. Die größte Rolle für das Experiment spielt hierbei die Verbindung zum Zentralrechner der Abteilung "Dynamik kompressibler Medien". Es handelt sich um einen VAX11/750 (Digital Equipment). Diese Maschine steht u.a. zur Entwicklung der Datenerfassungs- und Verarbeitungsprogramme zur Verfügung. Außerdem wurden hier die für diese Arbeit erforderlichen numerischen Integrationen durchgeführt. Darüber hinaus realisiert der VAX die Verbindung zur Univac 1100/83. Dieser Göttinger Großrechner wird von der Max-Planck-Gesellschaft und der Universität gemeinsam betrieben. Im Rahmen dieser Arbeit diente er teils zur zeichnerischen Darstellung der Meß- und Rechenergebnisse mittels des Softwarepakets DISSPLA (Integrated Software Systems Corporation), teils zur numerischen Integration der Modellgleichungen.

2.3 Ein Programmbeispiel (Phasenrichtiges Photographieren)

Im experimentellen Abschnitt dieser Arbeit werden verschiedene Meßkurven gezeigt, die mit Hilfe des Experimentrechners gemessen wurden. Hinter jeder dieser Kurven steckt also ein bestimmtes Rechnerprogramm. Es wäre unerquicklich, alle verwendeten Programme zu diskutieren. Stattdessen soll an dieser Stelle nur eines genauer vorgestellt werden. Es wurde nach didaktischen Gesichtspunkten ausgewählt, denn es zeigt recht gut das Zusammenspiel der verschiedenen Peripheriegeräte des Rechners. Darüber hinaus enthält es einen mathematisch originellen Kern, nämlich die Vorschrift zur Phaseninterpolation in einer diskreten Fouriertansformation. Zudem sind einige Programmteile enthalten, die auch fortgeschrittenen Programmierern nützlich sein können. Diese drei Vorzüge des Programms sollten den Nachteil kompensieren, daß es im Rah-



MAX-PLANCK-INSTITUT FUER STRÖMUNGSFORSCHUNG: EDV-GESAMTKONFIGURATION

ISTAND 01. 05. 1982

men dieser Arbeit gar keine Verwendung findet, sondern von uns (Habermann, Rehberg) für ein anderes Projekt entwickelt wurde.

Die Strömungslichtarmachung ist ein unentbehrliches Hilfsmittel zum Verständnis der physikalischen Vorgänge. Ein großer Teil des Wissens über die hier vermessene Totwasserschwingung stammt aus der Interpretation von Photographien und Hochgeschwindigkeitsfilmen, wobei zur Sichtbarmachung ein Mach-Zehnder Interferometer verwendet wurde (Meier et al. 1978). Ein Photo hat gegenüber dem Einzelbild eines Filmes den Vorteil einer höheren Auflösung. Es ist jedoch zum Verständnis des Schwingungsvorgangs nicht sehr hilfreich, wenn man nicht gleichzeitig weiß, in welcher Phase der Schwingung es aufgenommen wurde. Um das festzustellen, kann man z.B. den Druck im Totwasser und gleichzeitig das Ausgangssignal einer Photodiode messen. Der Experimentator löst den Blitz zu einer willkürlichen Zeit aus und betrachtet sich gleich darauf auf dem graphischen Bildschirm das Ausgangssignal der Drucksonde und der Photodiode. Der Blitz ist in der Messung als deutliche Spannungsspitze sichtbar, so daß man beurteilen kann, in welcher Phase der Schwingung das Photo aufgenommen wurde. Das Element des Zufalls spielt bei dieser Art des Experimentierens eine große Rolle; wenn man sich gerade für ein Bild des Strömungsgeschehens zum Zeitpunkt des maximalen Totwasserdrucks interessiert, wird man eine Reihe von Photographien umsonst machen.

Um diesen Nachteil auszugleichen, ist eine Steuerung notwendig, die den Blitz in der gewünschten Phasenlage auslöst. Dabei gibt es eine prinzipielle Schwierigkeit. Die Frequenz der Schwingung ist nicht exakt konstant. Daher setzt eine Phasenvorhersage eine Messung der Frequenz unmittelbar vor dem Auslösen des Blitzes voraus. Aus dem gleichen Grund darf zwischen Messung und Blitz nicht zu viel Zeit verstreichen. Im folgenden wird beschrieben, wie wir diese Aufgabe mit dem Rechner gelöst haben. Dabei wird zunächst der grundsätzliche Ablauf des Vorgangs geschildert. Es zeigt sich, daß die Rechenanlage bei standardmäßiger Programmierung nicht schnell genug arbeitet. Es folgt eine Aufzählung der Maßnahmen zur Beschleunigung des Programms.

Schließlich werden diese detailliert an Hand der Programme erläutert.

Zunächst soll der Grundgedanke des Programms dargelegt werden. Das Drucksignal wird mit dem LPA digitalisiert. Dabei nimmt er 1024 Meßwerte auf und schreibt sie in den Speicher des Hostrechners, des PDP11/34. Weil dieser für eine Datenauswertung in Echtzeit zu langsam arbeitet, leitet er die Daten in den Speicher des Arrayprozessors weiter und veranlaßt diesen, die Daten zu analysieren, d.h. die Frequenz der Schwingung und die Phase, die am Ende der Messung vorlag, zu berechnen. Wenn man diese beiden Größen kennt, läßt sich die Zeitspanne errechnen, die bis zum nächsten Auftreten der gewünschten Phasenlage noch vergehen wird. Freilich ist eine solche Vorhersage nur bei einer hinreichend periodischen Schwingung möglich. Nachdem der Arrayprozessor diese Zeit berechnet hat, muß er dieses dem Host anzeigen. Dieser fordert ihn dann auf, den Wert zu übergeben. Nachdem der Host die Information empfangen hat, kann er den LPA veranlassen, über den digitalen Output zum geeigneten Zeitpunkt einen Triggerimpuls auszugeben, der den Blitz auslöst. Der Gesamtvorgang setzt sich also aus 10 einzelnen Schritten zusammen.

- 1) Der PDP veranlaßt den LPA zu messen.
- 2) Der PDP wartet aufs Ende der Messung.
- 3) Der PDP veranlaßt den Datentransport in den AP.
- 4) Der PDP wartet aufs Ende des Datentransports.
- 5) Der PDP stellt Rechenvorgang des AP an.
- 6) Der PDP wartet aufs Ende der Rechnung.
- 7) Der PDP veranlaßt Übergabe des Rechenergebnisses.
- 8) Der PDP wartet auf das Ende der Übergabe.
- 9) Der PDP setzt den richtigen Wert in die Ausgangsdaten des LPA.
- 10) Der LPA erzeugt die Triggerspannung.

Das war der Grundgedanke des Programms: Der LPA nimmt Daten auf und löst den Blitz aus, der Arrayprozessor berechnet den Zeitpunkt des Blitzes, der Host synchronisiert das Zusammenspiel der beiden Geräte.

Für diese Synchronisation wird ein hoher Verwaltungsaufwand ge-

trieben, dessen Ablauf nach Berechnung der Phase etwa wie folgt aussieht:

Wenn der AP seine Rechnung beendet hat, unterbricht er den Experimentrechner in seinem laufenden Prozeß, er generiert einen Interrupt. Dieser Interrupt bewirkt, daß im Host ein bestimmtes Programm, der Interrupt-Service, ausgeführt wird. Im Rahmen dieses Programms wird analysiert, welches Gerät den Interrupt erzeugt hat und welches Programm auf diesen wartet. Das Betriebssystem des Experimentrechners stellt an dieser Stelle im Prinzip lauter nützliche und notwendige Prüfungen an, die jedoch für die angestrebte Anwendung zu viel Zeit in Anspruch nehmen. Das gleiche gilt beim Starten eines AP-Programms. Hier wird das Betriebssystem des Arrayprozessors durchlaufen, also eine Fülle von Prüfungen wie:

Welches Programm will etwas vom AP?

Ist es überhaupt berechtigt, mit dem AP zu arbeiten?

Ist der AP bereit zu rechnen oder tut er gerade etwas?

Auch solcherlei Prüfungen, die übrigens im Host ablaufen, sind natürlich in der zeitkritischen Phase nicht erwünscht. Das gleiche gilt schließlich auch, wenn das experimentsteuernde Programm den AP auffordert, sein Rechenergebnis zu übergeben. Auch hier wird eine Reihe von Prüfungen durchlaufen, die sicherstellen sollen, daß der AP die Daten in einem Speicherbereich schreibt, der dem aufzufordern Programm gehört. Ein Programm, welches derlei Kontrollen durchführt, heißt Übriger Driver.

Zusammenfassend wollen wir feststellen, daß bei der standardmäßigen Programmierung der Peripheriegeräte ein Verwaltungsaufwand entsteht, der für das zeitkritische Problem des phasenrichtigen Photographierens zu groß ist. Daher soll das Betriebssystem bei der Synchronisation der Prozesse möglichst ausgeschaltet werden. Das erreichen wir durch 3 Schritte:

1) Die Synchronisation bei der Datenerfassung wird umgangen, indem der Arrayprozessor schon veranlaßt wird, die Daten einzulesen, wenn der LPA sie noch gar nicht vollständig in den Speicher des Experimentrechners geschrieben hat. Der nötige Zeitvorsprung des AP läßt sich experimen-

tell ermitteln. Dazu schreibt man einfach eine Zahl in die als letzte vom LPA zu beschreibende Speicherzelle, die als Meßwert gar nicht auftreten kann, so z.B. den Wert -1, denn die Meßwerte sind immer positiv. Findet sich dieser Wert später im AP wieder, so wurde das Einlesen zu früh gestartet. Findet man dagegen eine positive Zahl, die kleiner ist als 4096 (12 Bit), so hat offenbar der LPA die Speicherzelle beschrieben, bevor der AP sie gelesen hat. Dann ist also alles vor-schriftsmäßig verlaufen.

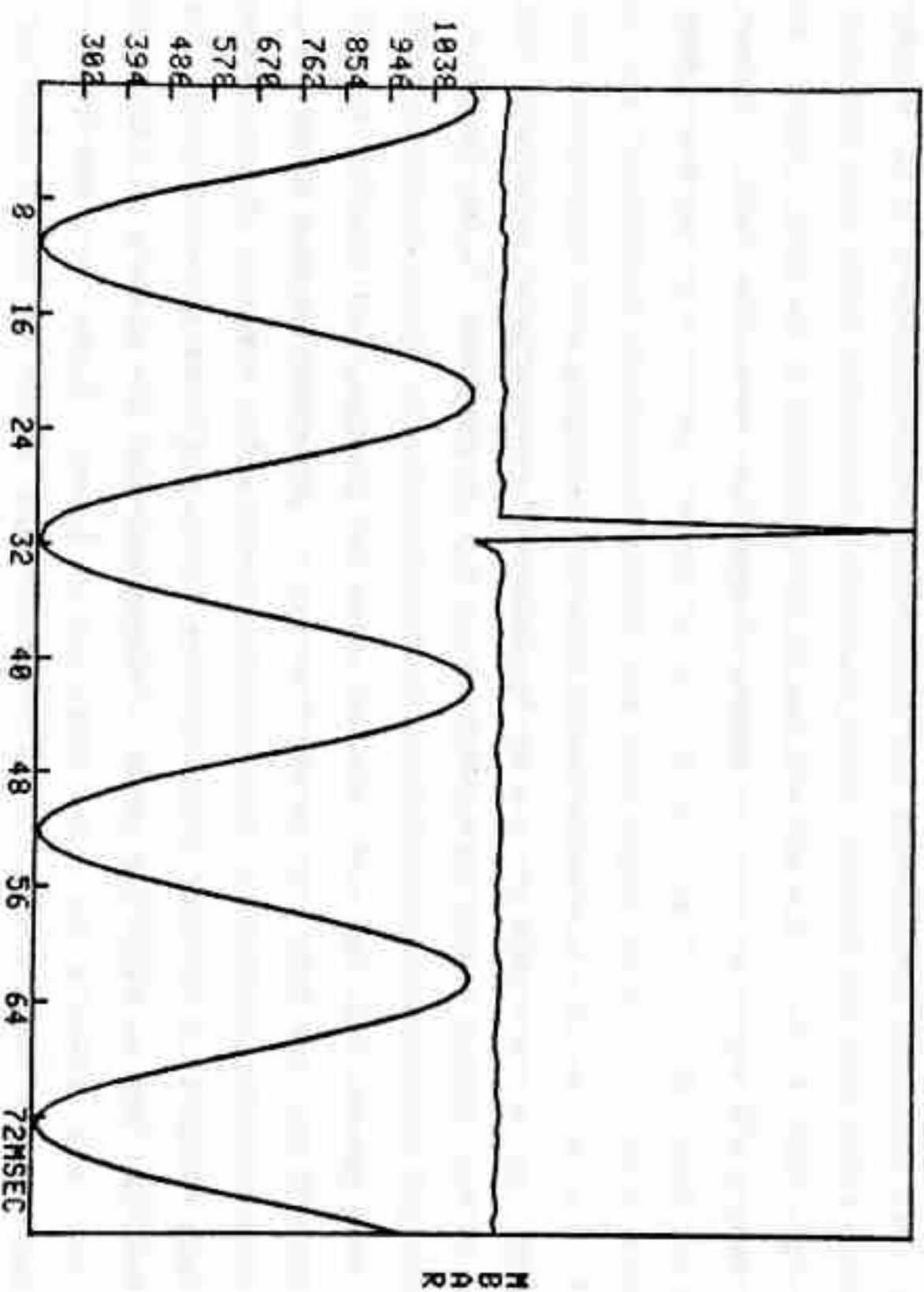
2) Die Zeitverzögerung beim Starten des AP-Rechenprozesses wird umgangen, indem man den Rechner schon anstellt, bevor die Daten aus dem Host eingetroffen sind. Der AP synchronisiert sich dann selber, indem er ständig auf seine zuletzt zu beschreibende Speicherzelle sieht. Ändert sich deren Wert, ist sie vom Einleseprozessor beschrieben worden, dann sind also alle Werte eingelesen und die Rechnung kann beginnen.

3) Die Zeitverzögerung nach Beendigung der Rechnung wird umgangen, indem das Rechenergebnis in eine Speicherzelle geschrieben wird, die vom Host aus direkt lesbar ist, nämlich in das sogenannte Lites-Register. Man muß sich klarmachen, daß das Rechenergebnis in einer einzigen positiven ganzen Zahl besteht, nämlich etwa der Angabe, daß die Uhr des LPA noch 57 mal vom Ende der Datenerfassung ab gerechnet ticken müsse, weil dann voraussichtlich ein Druckmaximum durchlaufen werde. Diese ganze Zahl läßt sich in dem 16 Bit breiten Lites-Register unterbringen. Der Host hat nun während der ganzen Rechenphase des AP nichts anderes zu tun, als ständig das Lites-Register zu lesen. Findet er, daß der Inhalt dieser Speicherzelle sich verändert hat, setzt er den Triggerwert z.B. in die 57. Zelle des Bereichs, der vom digitalen Output des LPA auf die elektrische Leitung gebracht wird, die den Blitz zum Photographieren auslöst. Wenn die Uhr allerdings schon mehr als 57 Schwingungen seit dem Ende der Messung ausgeführt hat, ist die Rechnung eben zu langsam gewesen, es wird kein Blitz ausgelöst. Zusätzlich erschwert wird die Angelegenheit dadurch, daß der digitale Output gepuffert arbeitet, er holt sich den Inhalt der fraglichen 57. Speicherzelle schon einige Zeit vor der eigentlichen Ausgabe in seinen eigenen Speicher.

Immerhin schafft man es auf diese Art, mit einer Verzögerungszeit

von ca. 10 Millisekunden auf das gemessene Drucksignal zu reagieren. Das ist recht befriedigend, wenn man berücksichtigt, daß allein die dem Rechenalgorithmus zugrunde liegende diskrete Fouriertransformation länger als 3µsek dauert. Die kleinstmögliche Reaktionszeit ist im wesentlichen durch die Puffergröße des LPA gegeben.

SINUSGENERATOR UND PHOTODIODE 1 - 100; SONDEN: 1,2. 03-NOV-81 10:28:26
 DRUCKVERHAELTNIS: 1.001; DATEN:



- Bild 4 -

Bild 4 zeigt nun ein Meßbeispiel für dieses Programm. Gemessen wurden ein Signal aus einem Sinusgenerator und das Ausgangssignal der Photodiode. Die der Phasenvorhersage zugrunde liegende Messung ist links von Bild zu denken. Sie endete also im Zeitnullpunkt. Gewünscht wurde das Auslösen des Blitzes beim übernächsten Druckminimum. Der

Blitz scheint etwas zu weit links zu liegen, aber das ist ein Trugschluß. Man muß bedenken, daß die Messung ebenfalls mit dem LPA ausgeführt wurde, der die beiden Kanäle nicht gleichzeitig, sondern nacheinander mißt. Verschiebt man das Blitzsignal um einen halben Meßschritt, also 0,4µsek, nach rechts, so wird die Übereinstimmung sehr gut. Der aufmerksame Leser sollte sich an dieser Stelle wundern, daß die Messung nicht mit dem Transientenrecorder des CAMAC-Crates aufgenommen wurde, denn so wäre eine gleichzeitige Erfassung beider Signale möglich gewesen. Zum Zeitpunkt der Entstehung dieses Programms war das Crate jedoch noch nicht einsatzfähig.

Es soll nun das dem Bild 4 zugrunde liegende Programm gezeigt werden. Einige Worte zur Struktur sind sicher hilfreich.

- 1) Zunächst wird eine Messung vorbereitet, d.h. der Experimentator wird befragt, wie lang die Messung werden soll, wieviel Kanäle aufgenommen werden und welche Nummer die Messung bekommen soll.
- 2) Dann werden die drei Tätigkeiten des LPA initialisiert, nämlich eine Messung (1024 Werte) am phasenbestimmenden Kanal, der nach Beendigung dieser Messung zu startende digitale Output und die gleichzeitig zu startende mehrkanalige Messung, die dann auf die Platte geschrieben wird.
- 3) Danach wartet das Programm auf das Startzeichen des Experimentators, welches er geben wird, wenn der Druck im Kanal den fraglichen Wert erreicht und die interessierende Schwingung sich stabilisiert hat. Startereignis ist das Betätigen einer Taste des am Experiment befindlichen Terminals.
- 4) Parallel zur Messung werden jetzt die schon eingelesenen Fragmente in den AP gesteckt und das Arrayprozessorprogramm FIAPHA aufgerufen, welches im folgenden noch vorgestellt werden wird.
- 5) Mit dem Ende der Messung beginnt der zeitkritische Abschnitt. Der Host liest ständig das Lites-Register. Damit rasch reagiert werden kann, wenn der Wert dieser Speicherzelle sich ändert, ist dieser Programmteil in der maschinenorientierten Sprache des Experimentrechners geschrieben (die unten aufgeführte, in MACRO-11 geschriebene Funktion REALIT).

6) Anschließend müssen noch die anfallenden Maßwerte auf die Platte geschrieben werden, dieser Teil ist nicht mehr besonders zeitkritisch, weil das Schreibtempo der Platte mit der jetzt maximal möglichen Datenerfassungsfrequenz gut Schritt halten kann. Entsprechend wird wieder auf den Komfort des Betriebssystems zurückgegriffen, zur Synchronisation also die systemeigenen "event flags" verwendet.

7) Symptomatisch ist der abschließende Schritt. Die recht komplizierten Abläufe im LPA haben ihn offensichtlich überreizt, beim nächsten Programmstart würde er den Dienst verweigern. Wir haben die Ursache für dies Verhalten nicht herausgefunden und helfen uns ganz pragmatisch, indem wir aus unserem Programm heraus ein anderes starten, welches den Mikrocode des LPA neu lädt.

Es folgt jetzt eine Liste des Programms, in der die eben beschriebenen 7 Abschnitte durch Nummern gekennzeichnet sind. Es handelt sich bei diesem Hauptprogramm namens FLASH.FTW um ein Fortran-Programm.

```

C----FLASH.FTW :WIRD INSTALLIERT UMTER ...BLI.
C ERFASST DATEN EINES GEWUNSCHTEN KANALS, BESTIMMT DIE PHASE, STARTET
C MESSUNG UND PHASENRICHTIGEN BLITZ MIT DIGITALEN OUTFUT DES LPA.
C DER LPA MUSS IM MULTIREQUEST-MODE LAUFEN.
C DIE CHARACTERISTIKA DER MESSUNG KOENNEN IM DIALOGBETRIEB EINGEGEBEN
C (START DER TASK MIT MES) ODER IN EINEM FILE MES.CMD GEHALTEN WERDEN
C (START DER TASK MIT MES &, &-ASCII CHARACTER 64.).
C UEBERSETZEN MIT FOR FLASH/NOSN-FLASH/CD:EIS .
C TASKBUILDING MIT:
C FLASH= FLASH, ALPHA, REALIT, GETTIC/ UNITS=7, ASG IA:7, IE:4//
IMPLICIT INTEGER (A-V)
REAL RAD50
LOGICAL*1 TEXT(50), DATUM(9), UHR(8), COMAND(80), RETURN
DIMENSION IBUF(40), IDATA(1024,2)
DIMENSION IBUFAD(40), IBUFDO(40), DATAIN(64,2), DATOUT(1024)
LOGICAL*1 FILNAM(16), MESNUM(3)
DIMENSION PARBIK(6) !FUER LIES OHNE ECHO UND INTERPRETATION
DIMENSION PAFIL1(6), IOSTAT(2) !FUER PLATTENSCHREIBEN
EQUIVALENCE (FILNAM(7),MESNUM(1))
EQUIVALENCE (INPEND,DATAIN(64,2))
EQUIVALENCE (IDATA(1,2),DATAIN(1,1))
DATA FILNAM/
+'W','E','I','D','E','X','N','N','N','N','N','N','N','E','S','S','I','O/
DATA PARBIK/0,1,0,0,0,0/
DATA PAFIL1/0,2048,0,0,0,0/ !SCHREIBE JE 1024 WORTE
CALL GETADR(PARBIK,RETURN)
JUNGO=0 !PARAMETER FUER SERIEN VON DATENERFASSUNGEN
C-----VORBEREITEN VON INDIREKT COMMAND FILE VERARBEITEN
INLUN=5
CALL GETMCR (COMAND,DSW)
IF (DSW .EQ. -80) GOTO 123
IF (DSW .IE. 0) STOP 'GETMCR '
IF (COMAND(5).NE. 'G') GOTO 123

```

```

INLUN=3
OPEN (UNIT=INLUN, NAME='MES.CMD', TYPE='OLD')
C-----ERFRAGEN DER STEUERDATEN
123 IF (INLUN.EQ.5)
+TYPE *, (' DIE NUMMER DER MESSUNG EINGEBEN')
READ (INLUN,*) IO
IF (INLUN.EQ.5)
+TYPE *, (' ANZAHL DER AUFZUNEHMENDEN
+RECORDS (1024 MESSWERTE) EINGEBEN')
READ (INLUN,*) FINIS
IF (INLUN.EQ.5)
+TYPE *, (' DIE ZAHL DER KANAEL EINGEBEN')
READ (INLUN,*) ICHN
IF (INLUN.EQ.5) TYPE *, (' AUSSENDRUCK')
READ (INLUN,*) DRUCKA
IF (INLUN.EQ.5)
+TYPE *, (' SAMPLEZEIT IN MIKROSEC EINGEBEN (>=400)')
READ (INLUN,*) IPRSET
IF (INLUN.EQ.5) TYPE *, (' KOMMENTAR 50 ZEICHEN')
READ (INLUN,51111) TEXT
51111 FORMAT(50A1)
IF (INLUN.EQ.5) CLOSE (UNIT=INLUN)
C-----ALLE STEUERDATEN ERMITTELT
BLOECK=FINIS*4
XFREQ=1000./IPRSET/ICHN
TYPE *
+ ' DIE DATENAUFNAHMEFREQUENZ/KANAL IN KHZ: ', XFREQ
IPRSET=-IPRSET
C-----STARTPUNKT FUER MEHRMALIGE DATENERFASSUNG
1 ENCODE (3,11102,MESNUM) IO+JUNGO
11102 FORMAT(I3)
DO 122, INAM=1, 2
122 IF (MESNUM(INAM) .EQ. ' ') MESNUM(INAM)='0'
12201 FORMAT(IX,16A1)
FILNAM(11)='M'

```

```

FILNAM(12)='E'
FILNAM(13)='S'
IF (INLUN .EQ. 5) TYPE 12201, FILNAM
OPEN (UNIT=1, NAME=FILNAM, INITIALSIZE=BLOECK, IMESSUNGS-FILE
+RECORDSIZE=128, ACCESS='DIRECT', TYPE='UNKNOWN', DISPOSE='DELETE')
CLOSE (UNIT=1)
OPEN (UNIT=1, NAME=FILNAM, INITIALSIZE=BLOECK,
+RECORDSIZE=128, ACCESS='DIRECT', TYPE='NEW') !EVTL. VORH. FILE DEL.
RECCNT=1
COUNTER FUER PLATTENRECORDS
CNTPL=0
ZAEHLT BUFFER MIT
UHR ANHALTEN UND 3 SWEEPS VORBEREITEN:
CALL CLOCKA(0, IPRSET, IND, 7)
IF (IND .NE. 1) STOP 'CLOCKA1'
CALL SETIBF
+(IBUFAD, IND, DATAIN(1,1), DATAIN(1,2)) !TRIGGERKANAL 2)
IF (IND .NE. 1) STOP 'SETIBFAD'
CALL RISBUF(IBUFAD, IND, 0, 1)
IF (IND .NE. 1) STOP 'RISBUFAD'
CALL ADSWP(IBUFAD, 64, 16, 64, 11, 0, 0, 1, IND)
IF (IND .NE. 1) STOP 'ADSWPAD' !FERTIG TRIGGERKANAL 2)
DO 1234, LOOPCT=1, 1024, 1
1234 DATOUT(LOOPCT)=0
TYPE *, 'WELCHE BUFFERGROESSE DES DIGOUTS?'
ACCEPT *, BUPSIZ
CALL SETIBF(IBUFDO, IND, DATOUT(1),
+DATOUT(BUPSIZ+1), DATOUT(2*BUPSIZ+1),
+DATOUT(3*BUPSIZ+1), DATOUT(4*BUPSIZ+1),
+DATOUT(5*BUPSIZ+1), DATOUT(6*BUPSIZ+1),
+DATOUT(7*BUPSIZ+1))
IF (IND .NE. 1) STOP 'SETIBUFDO'
CALL RISBUF(IBUFDO, IND, 0)
IF (IND .NE. 1) STOP 'RISBUFDO'
CALL DOSWP(IBUFDO, BUPSIZ, 8, 0, 12, 1024, 0, 1, IND)
IF (IND .NE. 1) STOP 'DOSWP' !FERTIG DIG. OUTPUT
CALL SETIBF

```

```

+ (IBUF, IND, IDATA(1,1), IDATA(1,2)) ; DATENERFASSUNG 2)
IF (IND .NE. 1) STOP 2
CALL RLSBUF (IBUF, IND, 0, 1)
IF (IND .NE. 1) STOP 3
CALL ADSWP (IBUF, 1024, FINIS, 64, 10, 1026, ICHN, IND) 2)
IF (IND .NE. 1) STOP 'ADSWP2'
IOSTAD=64+2500/IPRSET
CALL APINIT (1, 0, IND) ; VORBEREITUNG DER AP-VERARBEITUNG
IF (IND .NE. 1) STOP 'APINIT'
TYPE *, 'SCHWINGUNGEN?'
ACCEPT *, XSCHW
CALL APPUT (XSCHW, 11002, 1, 2) ; WARTE XSCHW PERIODEN AB
CALL APPUT (1024., 11004, 1, 2)
CALL APPUT (0.5, 10008, 1, 2) ; FUHR FLAPHA
CALL APPUT (0.3183099, 10007, 1, 2)
CALL APPUT (-1., 10012, 1, 2)
CALL APPUT (5., 10014, 1, 2) ; WARTEN SPAREN
CALL APWD
DOBIT=-1
TYPE *, 'ANY KEY'
CALL WTQIO ("001010.0R." 20, 5, 1.,, PARBLK) 3)
C--- DAS GROSSE ERREIGNIS: DIE UHR WIRD ANGESTELLT,
C DAMIT STARTEN SAEMTLICHE SWEEPS,
C DIE DATEN DES ADSWP NR.1 WERDEN IN DEN AP GESCHAFFT
C UND GEFLOATET.
CALL CLOCKA (1, IPRSET, IND, 7)
IF (IND .NE. 1) STOP 'CLOCKA2'
DO 11, L11=0, 13 4)
CALL IWTBUF (IBUFAD, 11, IBUFNO) 4)
IF (IBUFAD(1) .GT. 0) GOTO 112 4)
TYPE *, IBUFNO, L11 4)
TYPE 10111, IBUFAD(1), IBUFAD(2) 4)
STOP 'AD1' 4)
112 CALL APPUT (DATAIN(1), IBUFNO+1), L11*64, 64, 1) 4)
IF (IBUFNO .NE. MOD(L11, 2)) STOP 'AD1ORDNUNG' 4)

```

```

CALL APWD 4)
CALL FLAPHA ; ZUNAECHEST NUR FLOATEN DER DATEN 4)
CALL RLSBUF (IBUFAD, IND, IBUFNO) 4)
CONTINUE 4)
C DER LETZTE APPUT KANN CA. 2.5MSEC VOR DEM ENDE 4)
C DER MESSUNG ANGESTOSSEN WERDEN. DAS ENTSPRICHT 4)
C DER ADR 64-2500/IPRSET = IOSTAD 4)
DATAIN (IOSTAD, 2)=-1 4)
INPEND=-1 4)
CALL IWTBUF (IBUFAD, 11, IBUFNO) 4)
IF (IBUFAD(1) .LE. 0) STOP 'AD12' 4)
IF (IBUFNO .NE. 0) STOP 'AD12ORDNUNG' 4)
CALL APPUT (DATAIN(1, 1), 14*64, 64, 1) 4)
CALL APWD 4)
CALL FLAPHA 4)
CALL FLAPHA ; DAS 16. MAL, WARTET SELBST AUF DATEN 4)
11112 IF (DATAIN (IOSTAD, 2) .EQ. -1) GOTO 11112 4)
CALL APPUT (DATAIN(1, 2), 15*64, 64, 1) 4)
C ADRESSFORMEL: 2.-FRACT(FRE)+APPH *1024/FRE 4)
9987 CALL REALT(DOBIT) 5)
IF (DOBIT .EQ. -1929) GOTO 9987 5)
DATOUT(DOBIT)=-1 5)
CALL RLSBUF (IBUFDO, IND, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) 5)
IF (DOBIT .LE. 0) STOP 'DOBIT1' 5)
IF (DOBIT .GT. 1024) STOP 'DOBIT2' 5)
IF (IND .NE. 1) STOP 'RLSBUFDO' 5)
C BEGINN DER DATENERFASSUNG ***** 6)
30 CALL IWTBUF (IBUF, 10, IBUFNO) 6)
IF (IBUFNO .NE. CNTRL) TYPE *, 'DATENORDNUNG' 6)
IF ((IBUFNO.GE.0).AND.(IBUFNO.LE.2)) GOTO 5010K 6)
IF (IBUFNO .NE. -1) STOP '30101' 6)
IF (IBUF(1) .EQ. 313) STOP 'VERARB. ZU LANGSAM' ; REL 6)
TYPE 10111, IBUF(1), IBUF(2) 6)
10111 FORMAT (' IBUF(1)=' , I7, ' , IBUF(2)=' , I6, '(8) , 6)
+ SIEHE MANUAL') 6)

```



```

STOP 'AD-FEHLER'
50 CALL GETADR(PAFIL1, IDATA(1, IBUFNO+1)) ! SCHREIBEN
PAFIL(5) = (RECCNT-1)*4+1
CALL WPGIO("22*400,1,1,1, IOSTAT, PAFIL1, DSW)
IF (DSW .NE. 1) STOP 'IO.WVB1'
IF (IOSTAT(1).NE.1) STOP 'IO.WVB2'
CALL RISBUF (IBUF, IND, IBUFNO)
IF (IND .NE. 1) STOP 7
IF (RECCNT .EQ. (FINIS)) GOTO 77 ! GENUG DATEN
CNTRL=CNTRL+1
IF (CNTRL .EQ. 2) CNTRL=0
RECCNT=RECCNT+1
GOTO 30
5021
C Messung beendet *****
77 CALL GETREC(DRUCKD) ! lies Druck vom IEC-Bus
CALL SPSPWP(IBUF, IND)
CALL INTBUF(IBUFAD, 11, IND)
TYPE *, IBUFNO(1), IBUFNO
TYPE *, IBUFAD(1), IBUFAD(2)
CALL INTBUF(IBUFDO, 12, IBUFNO)
TYPE *, IBUFNO=, IBUFNO
CALL APGET(XTIM, 1023, 1, 2)
CALL APWD
IF (XTIM .EQ. (-1.)) TYPE *, 'ZU FRUEH'
CALL APRISE ! EVENTUELL LUN 3 VOM AP BELEGT!!!!
6021 WRITE('BLOECK)
+(IDATA(L1, IBUFNO+1), L1=1024-256+1, 1024) ! PIPFAEHIGKEIT
CLOSE(UNIT=1)
C-----ANLEGEN DES STEUERDATENRECORDS
TYPE *, 'DOBIT=', DOBIT
TYPE *, 'IBUFDO=', IBUFDO(1), IBUFDO(2)
CALL DATE(DATUM)
CALL TIME(UHR)
DRUCKD=FLOAT(DRUCKD)/1000.*181. +74.
FILNAM(11)='S'

```

```

FILNAM(12)='T'
FILNAM(13)='R'
OPEN (UNIT=1, NAME=FILNAM, INITIALSIZE=1, ACCESS='DIRECT'
+ , RECORDSIZE=128, TYPE='UNKNOWN')
WRITE('1'1)
+BLOECK, ICHN, -IPRSEP, TEXT, DATUM, UHR, DRUCKA, DRUCKD
CLOSE(UNIT=1)
TYPE *, 'MESSUNG', IO+JUNGO, 'BEENDET'
CALL SPAWN(RAD50('LAINIT'), , 2, , , , , 0, , IND)
IF (IND .NE. 1) TYPE *, IND
CALL WAITFR(2)
CALL SPAWN(RAD50('LAINO'), , 2, , , , , 0, , IND)
IF (IND .NE. 1) TYPE *, 'SPAWN2 IND:', IND
CALL WAITFR(2)
JUNGO=JUNGO+1
TYPE *, 'NAECHSTE MESSUNG?'
ACCEPT 30001, RETURN
30001 FORMAT(A1)
IF (RETURN .EQ. 'Y') GOTO 1
OPEN(UNIT=1, NAME='MES.CMD', TYPE='OLD') ! MES.CMD AKTUALISIEREN
WRITE (1, 61101) IO+JUNGO, FINIS, ICHN, DRUCKA, -IPRSEP, TEXT
61101 FORMAT (
1 I5' : (13): NUMMER DER NAECHSTEN MESSUNG' /
2 I5' : (13): ANZAHL DER RECORDS (5 KW)' /
3 I5' : (12): ANZAHL DER MESSKANAELE' /
4 I5' : (14): AUSENDENDRUCK IN MBAR' /
5 I5' : (15): SAMPELZEIT IN MICROSEKUNDEN' /
6 50A1, T51', (50A1): FREIER TEXT' //)
CLOSE (UNIT=1)
STOP
END

```

Das war das eigentliche Hauptprogramm.

In der zeitkritischen Phase 4) ruft es ein Unterprogramm Namens

REALIT.MAC, welches im Assembler der PDP geschrieben ist.

```

REALIT::  MOV      <64><35>160000+76.,<64>2(R5)      ;<>:HIER
          RTS      PC                                ;NICHT DRUCKBARE
          .END                                       ;ASCII-ZEICHEN

```

Dieses kurze Programm liest den Inhalt des Lites-Registers, indem es die entsprechende Speicherzelle absolut adressiert. Das ist eine Ausnahme in diesem Betriebssystem, in der Regel sind die Programme frei im Speicher verschiebbar.

Der Vollständigkeit halber muß jetzt das im AP angeführte eigentliche Rechenprogramm vorgestellt werden. Es mußte in APAL (Assembler des Arrayprozessors), also der maschinennahen Sprache des AP, formuliert werden, weil die notwendige Umgehung der standardmäßigen Datenausgabe und des standardmäßigen Programmstarts sonst nicht möglich ist. Auch hier soll wieder durch Nummern auf wichtige Programmphasen aufmerksam gemacht werden.

- 1) Beim 16. Aufruf synchronisiert das Programm sich selber, indem es die 1023. Speicherzelle betrachtet und den Rechenvorgang dann startet, wenn deren Inhalt nicht mehr gleich der 1024. ist.
- 2) Das ganzzahlige Ergebnis wird in das Lites-Register geschrieben.
- 3) Der Arrayprozessor rechnet nach Ausgabe des Wertes unnütz weiter, um in der zeitkritischen Phase den sonst im Host anfallenden Interrupt zu unterdrücken.

Das APAL-Programm FLAPHA ist hier allerdings nicht vollständig abgedruckt, das würde zu viel Platz rauben. Stattdessen wird ein Rechen-schritt, der nur im Aufrufen eines Unterprogramms besteht, durch eine Kommentarzeile angedeutet, z.B.:

```
" CALL VFIX(...
```

Die Umwandlung dieser Zeile in den entsprechenden APAL-Code kann man sich durch ein Hilfsprogramm, den sogenannten "Vector function chain-

ner", besorgen lassen.

```

"DEFINE FLAPHA
  $TITLE FLAPHA
  $RADIX 8
  $EXT SPSUB,VFLF,SPADD,REFTB,CVMAGS,MAXV,VSQRT,VFIX
  $EXT SVE,DOTPR,VNEG,SPMUL,VATN2,VSMUL,VINT,VFRAC
  $EXT SETSP,SAVSP,SETZSP,FLUSH,DIV,MDCOM
  $ENTRY FLAPHA, 0
  L $EQU 0
  R $EQU 2000
  V $EQU 0
  C $EQU 4000
P:  $VAL 0,0,0,0 "MAXADR NEBADR
    $VAL 0,0,0,0 "MXPHAD NBPHAD

```

FLAPHA:

"BELEGUNG DER AP-ADRESSEN:

```

""MAXIMUM :10000
""ADRMX   :10001
""NEBADR  :10002
""ADRNEB  :10003
""AMSUM   :10004
""DOTPR   :10005
""APFR    :10006
""1/PI    :10007      VOM HOST
""0.5     :10008      VOM HOST
""DELPHA  :10009
""PHAMAX  :10010
""PHANEB  :10011
""-1.     :10012      VOM HOST, SPAETER FUER ZWISCHENERGEBNIS
""APPH    :10013      LIEGT ZWISCHEN 0 UND 1
""+3      :10014
" LOCAL MAXADR,NEBADR,MXPHAD,NBPHAD "MAXADR HAT 2 PUNKT.
"   IF MAXADR = 960 GOTO RECH
"   JSR SETZSP
"   $VAL V+L,P--+ 0,C,960.

```

```

JSR SPSUB
BNE .+2 ;DB =-1929.;DBLIT
JMP RECH
" CALL VFILT(MAXADR,1,MAXADR,1,64)
JSR SETSP
$VAL O, 5,V+L,P-.+ 0
$VAL C,1.,V+L,P-.+ 0
$VAL C,1.,C,64.
JSR FLUSH
JSR VFILT
MAXADR=MAXADR + 64
JSR SETSP
$VAL V+L,P-.+ 0,C,64.
JSR SPADD
JSR SAVSPO
$VAL V+L,P-.+ 0,0,0
GOTO DONE
JMP DONE
" RECH: CALL VFILT(MAXADR,1,MAXADR,1,64)
" EIGENER CODE:WARTE AUF AENDERUNG IN 1023
RECH: JSR SETSP
$VAL C,1023.,C,1024.
JSR MDCOM
MOV 17,17
BNE .+2
JMP RECH
JSR SETSP
$VAL O, 5,V+L,P-.+ 0
$VAL C,1.,V+L,P-.+ 0
$VAL C,1.,C,64.
JSR FLUSH
JSR VFILT
CALL REFTB(0,1024,1024,1)
JSR SETSP
$VAL O, 4,C,0.

```

1) Nach diesem Schema
 1) wird jeder CALL in
 1) Apal übersetzt, so

```

$VAL C,1024.,C,1024.
$VAL C,1.,0,0
JSR FLUSH
JSR REFTB
" CALL CVMAGS(1024,2,0,1,511)
" CALL MAXV(3,1,10000,495)
MAXADR=SP15
MOV 17,0
JSR SAVSPO
$VAL V+L,P-.+ 0,0,0
NEBADR=MAXADR - 1
JSR SETSP
$VAL V+L,P-.+ 0,C,1.
JSR SPSUB
JSR SAVSPO
$VAL V+R,P-.+ 0,0,0
CALL MAXV(NEBADR,2,10002,2)
NEBADR=SP15
MOV 17,0
JSR SAVSPO
$VAL V+R,P-.+ 0,0,0
CALL VFILT(10001,2,10001,2,2)
CALL VSQRT(10000,2,10000,2,2)
CALL SVE(10000,2,10004,2)
CALL DOTPR(10000,2,10001,2,10005,2)
CALL VDIV(10004,1,10005,1,10006,1,1)
JSR SETSP
$VAL O,3,C,10004.
$VAL C,10005.,C,10006.
MOV O,0 ;SETMA
MOV 1,1 ;SETMA
NOP
DPX(O) < MD
DPY(O) < MD
JSR DIV

```

1) daß im folgenden nur
 1) noch die Kommentarzeile
 1) gedruckt wird.
 1)

```

MI < DPX(0) : MOV 2,2 ; SETMA
"
" CALL VSUB(10006,1,10001,1,10010,1,1) "DELTAFR. IN 10010
" CALL VNEG(10006,1,10100,1,1)
" CALL SVE(10001,99,10010,2)
" CALL SVE(10008,2,10009,2) "DELPHA=DELTAFR+0.5
" SP10=MAXADR * 2
" JSR SET2SP
" $VAL V+L,P-+ 0,C,2.
" JSR SPADD
" MOV 0,12
" MXPHAD=SP10 + 1024
" MOV 12,0
" JSR SET2SP
" $VAL 10,1,C,1024.
" JSR SPADD
" JSR SAVSPO
" $VAL V+L,P-+ 1,0,0
" NBPHAD=MXPHAD + 1
" JSR SET2SP
" $VAL V+L,P-+ 1,C,1.
" JSR SPADD
" JSR SAVSPO
" $VAL V+R,P-+ 1,0,0
" CALL VATN2(MXPHAD,1,NBPHAD,1,10010,1,1)
" SP10=NEBADR*2
" JSR SET2SP
" $VAL V+R,P-+ 0,C,2.
" JSR SPADD
" MOV 0,12
" MXPHAD=SP10 + 1024
" MOV 12,0
" JSR SET2SP
" $VAL 10,1,C,1024.
" JSR SPADD
" JSR SAVSPO

```

```

" $VAL V+L,P-+ 1,0,0
" NBPHAD=MXPHAD + 1
" JSR SET2SP
" $VAL V+L,P-+ 1,C,1.
" JSR SPADD
" JSR SAVSPO
" $VAL V+R,P-+ 1,0,0
" CALL VATN2(MXPHAD,1,NBPHAD,1,10011,1,1)
" " DIE BEIDEN PHASEN LIEGEN JETZT IN 10010 UND 10011, SIE WERDEN MIT PI
" " NORMIERT UND 10010 POSITIV GEMACHT
" CALL VSMUL(10010,1,10007,10010,1,2) "MUL MIT 1/PI PHMAX U. NEB
" CALL SVE(10010,2,10013,2) "IST PHMAX NEGATIV?
" CALL VINT(10013,1,10012,1,1) "SONST ZU NULL MACHEN
" CALL VNEG(10012,1,10012,1,1) "UNBEDINGT ADDIEREN, NOTFALLS NULL
" CALL SVE(10010,2,10010,2)
" CALL SVE(10010,2,10010,2)
" " ES FOLGT DIE BERECHNUNG DER DIGITALEN-OUTPUT ADRESSE. DIE
" " AP-PHASEN
" " LIEGEN ZWISCHEN 0 UND 1.
" CALL SVE(10010,1,10012,2) "MITTELWERT DER PHASEN
" CALL VSMUL(10012,1,10008,10012,1,1)
" CALL SVE(10009,3,10013,2) "+DELPHA
" CALL SVE(10013,1,10015,2) "O<PHASE<1 IN 10015
" CALL VSMUL(10015,1,10008,10015,1,1)
" " ADRESSFORMEL: 2.-FRAC(T(PRE)+APPH *1024/FR
" CALL SVE(10006,9,1001,2)
" CALL VFRAC(11001,1,11001,1,1)
" CALL VNEG(11001,1,11001,1,1) "11002: 2.,MIND. 1 PHASE
" CALL SVE(11001,1,11003,2)
" CALL VSMUL(11003,1,11004,11005,1,1) "11004: 1024.
" CALL VDIV(10006,1,11005,1,11006,1,1)
" " EIGENER CODE :11005=11005/10006
" JSR SET2SP
" $VAL C,10006,C,11005.
" MOV 0,0 : SETMA

```

```

MOV 1,1 ; SETMA
NOP
DPX(0) < MD
DPY(0) < MD
JSR DIV
MI < DPX(0) ; MOV 1,1 ; SETMA
CALL VFIX(11005,1,11007,1,1)      ;) HIER ENDET
JSR SETSP                          ;) VERKÜRZTER CODE
$VAL 0, 5,C,11005.
$VAL C,1.,C,11007.
$VAL C,1.,C,1.
JSR FLUSH
JSR VFIX
JSR SETSP
$VAL C,11007.,C,11007.
MOV 0,0;SETMA
NOP
NOP
NOP
DB = MD;DBLILT
LOOP: BR LOOP
"DONE: END
DONE: RETURN
$END

```

Auch dem APAL-geübten Leser wird es schwerfallen, aus dem letzten Programm die Rechenvorschrift herauszulesen, nach der die Phase einer Schwingung aus ihrer diskreten Fourierttransformation berechnet wird. Da diese Rechenvorschrift eigens für dieses Programm entwickelt wurde und sonst wohl noch nirgends veröffentlicht ist, soll sie hier kurz skizziert werden.

Wo liegt nun eigentlich das Problem? Schließlich steckt doch in dem Ergebnis der FFT die Phaseninformation für jede diskrete Frequenz. Der Haken liegt darin, daß die diskreten Frequenzen genau jene sind, die ganzzeitig in das analysierte Zeitfenster hineinpassen. Man erhält

also beispielweise eine Information über die Schwingung, deren Periode 1/23 des Zeitfensters und über die, deren Periode 1/24 des Zeitfensters beträgt. Ein Problem tritt nun auf, wenn die tatsächliche Schwingung z.B. 23,4 mal in das vermessene Zeitintervall paßt. Wie man in diesem Fall die Frequenz und die Amplitude zu berechnen hat, ist recht gut bekannt (z.B. Hille 1981). Der Grundgedanke ist, daß man die Information in diesem Fall aus dem 23. und dem 24. Amplitudenwert des diskreten Spektrums berechnen kann. Dieser Gedanke läßt sich auch auf die Phasenberechnung übertragen, und es soll im folgenden die entsprechende Rechenvorschrift hergeleitet werden.

Wir wollen uns ein sinusförmiges Meßsignal vorstellen, daß zu diskreten, äquidistanten Zeiten digitalisiert wird. In Anlehnung an das Lehrbuch von Stearns nennen wir die Zeit zwischen den Digitalisierungen T, N ist die Anzahl der Meßwerte, und die Werte selber heißen f_n.

$$f_n = \cos(\omega_0 T \cdot n + \alpha) = 0,5 \exp(-j(\omega_0 T \cdot n + \alpha)) + 0,5 \exp(j(\omega_0 T \cdot n + \alpha))$$

für n=0 bis n=N-1; (N ist die Anzahl der Meßwerte)

Dann liefert die diskrete Fouriertransformation

$$F(j\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-j \cdot n \omega T) f_n$$

und, sofern man diesen Ausdruck als Summe zweier geometrischer Reihen erkennt:

$$F(j\omega) = \frac{\exp(-j\alpha)(1 - \exp(jN(\omega_0 - \omega)T))}{2(1 - \exp(j(\omega_0 - \omega)T))} + \frac{\exp(j\alpha)(1 - \exp(jN(-\omega_0 - \omega)T))}{2(1 - \exp(j(-\omega_0 - \omega)T))}$$

In der diskreten Fourierttransformation erhalten wir die Information nur für bestimmte diskrete Werte von ω , nämlich

$$\omega = 2\pi S / (NT) \cdot$$

S ist eine ganze Zahl, sie steht für die Zahl der Schwingungen in dem betrachteten Zeitfenster. Wir wollen uns nun für die beiden Nachbarwerte der tatsächlichen Frequenz interessieren, d.h. es soll gelten:

$$S_1 < \omega NT / 2\pi < S_2 \quad \text{und} \quad S_1 + 1 = S_2 \cdot$$

Außerdem führen wir die Größen

$$SO = \omega_0 NT / 2\pi \quad \text{und} \quad \Delta S = SO - S_1 \quad \text{ein.}$$

Dann folgt für den Wert der Fouriertransformierten bei der Schwingungszahl S_1 :

$$F(jS_1) = \frac{\exp(-j\alpha)(1 - \exp(j2\pi\Delta S))}{2(1 - \exp(j2\pi\Delta S/N))} + \frac{\exp(j\alpha)(1 - \exp(-j2\pi\Delta S))}{2(1 - \exp(-j2\pi(SO + S_1)/N))}$$

Man überzeuge sich, daß diese Formel für $S \rightarrow 0$ das richtige Ergebnis liefert, denn der zweite Term geht dann gegen 0, sofern SO kleiner ist als $N/2$. Das ist aber gerade die Forderung des "Sampling-theorem", welches verlangt, daß die Abtastfrequenz größer als die doppelte höchste auftretende Nutzfrequenz sein muß. Für genügend großes S_1 kann man den zweiten Summanden gegen den ersten vernachlässigen. Mit dieser Vernachlässigung erkennt man nun, daß die Phase zwischen den diskreten Werten $F(jS_1)$ und $F(jS_2)$ einen Sprung von nahezu 180 Grad durchläuft. Der Zähler ändert seinen Wert nicht, während das Vorzeichen des Nenners wechselt. Dabei bleibt der Nenner für genügend große N nahezu rein imaginär; der Realteil ist von zweiter Ordnung. Hat man sich dieses klar gemacht, versteht man sofort die Vorschrift zur Phaseninterpolation: Die Phase springt zwischen den beiden betrachteten Werten $F(jS_1)$ und $F(jS_2)$ um 180 Grad, aber nicht um den Wert $\exp(-j\alpha)$, also den richtigen Phasenwert, sondern um einen Wert $\exp(-j\alpha)(1 - \exp(j2\pi\Delta S))$. Man muß

also den Wert von ΔS kennen, um die richtige Phase zu berechnen. Der Wert von ΔS folgt aus dem Betragsverhältnis der beiden betrachteten Größen:

$$\begin{aligned} \left| \frac{F(jS_1)}{F(jS_2)} \right| &\approx \left| \frac{(1 - \exp(j2\pi\Delta S))(1 - \exp(j2\pi(1 - \Delta S)/N))}{(1 - \exp(j2\pi\Delta S/N))(1 - \exp(j2\pi(1 - \Delta S)))} \right| \\ &= \left| \frac{(1 - \exp(j2\pi(1 - \Delta S)/N))}{(1 - \exp(j2\pi\Delta S/N))} \right| \\ &= (1 - \Delta S) / \Delta S \cdot \end{aligned}$$

Damit folgt die Vorschrift zur Interpolation der Frequenz als:

$$\Delta S = 1 / (1 + \left| \frac{F(jS_1)}{F(jS_2)} \right|)$$

d.h. man bewertet die beiden Amplituden des Spektrums bei der Frequenzinterpolation einfach linear. Nachdem man so ΔS berechnet hat, kann man den aus dem Term

$$1 - \exp(j2\pi\Delta S)$$

folgenden Phasenfehler von der gemittelten Phase der beiden Nachbarwerte des Spektrums subtrahieren.

Den soeben angedeuteten Interpolationsalgorithmus habe ich mit einer auf 1024 Punkten basierenden FFT an harmonischen Testfunktionen mit statisch veränderter Frequenz und Phase erprobt, es zeigte sich, daß sich Frequenz und Phase mit dieser Vorschrift besser als auf 1 Prozent genau angeben lassen. Es müssen dafür allerdings mehr als 5 Schwingungen im Zeitfenster liegen, sonst ist die in der Rechnung durchgeführte Vernachlässigung offenbar nicht mehr statthaft, der Fehler wird zu groß.

3. Darstellung der experimentellen Ergebnisse

Zur Untersuchung der Strömungsschwingungen in einem Kanal mit un-
stetiger Querschnittserweiterung bieten sich viele Parameter zur Varia-
tion an. In erster Linie denkt man hierbei wohl an geometrische Verän-
derungen, also andere Querschnittsverhältnisse. In dieser Arbeit wird
mit einem einzigen Rohr experimentiert, nämlich dem, welches sich in
der vorangegangenen Anderson'schen Untersuchung als das für die Vermes-
sung von Hystereseerscheinungen am besten geeignete herausgestellt hat.
Geometrische Veränderungen werden lediglich am Rohrende vorgenommen, um
die Reflektionsbedingungen für den Schall zu beeinflussen. Zunächst
gilt es jedoch, das Verhalten der Strömung für verschiedene Drucke und
Resonatorlängen zu studieren. Nachdem man sich in dieser Parameterbe-
ne besser auskennt, kann man zur Beobachtung der Einzelphänomene über-
gehen. Im zweiten Abschnitt wird der Einfluß der Schallreflektion am
Rohrende auf die Schwingung untersucht. Dieses Experiment stellt einen
wichtigen Beitrag zum Verständnis der Schwingungserzeugung dar und bil-
det die Grundlage für spätere mathematische Modellgleichungen. Es
zeigt sich, daß es bei guter Schallreflektion zu Hystereseeffekten der
Schwingung kommen kann. Einige dieser Hysteresebereiche werden dann im
dritten Abschnitt vermessen, wobei besonderes Augenmerk auf die Grenzen
gerichtet wird, an denen die Hystereseerscheinungen verschwinden.

3.1 Schwingungsverhalten bei Änderung von Druck und Länge

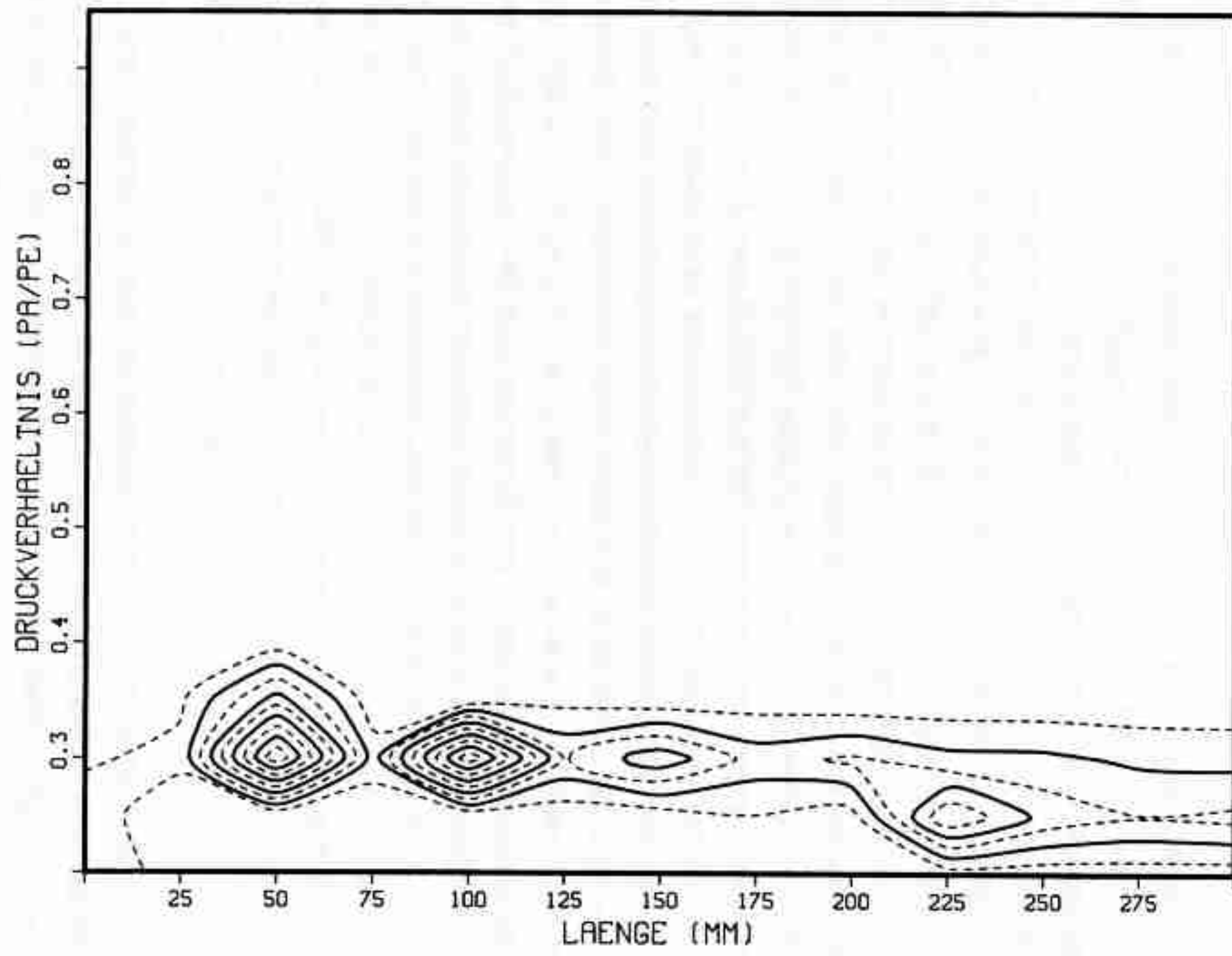
Die in diesem Abschnitt beschriebenen Experimente sind an einer
unstetigen Querschnittserweiterung vom Öffnungsverhältnis 3,54 durchge-
führt worden, weil sich diese Pfeife in den Versuchen von Anderson als
die geeignetste herausgestellt hat, d.h. sie produziert die stärksten
Schwingungen. Der Schallpegel in etwa einem Meter Abstand von der
Rohrmündung beträgt bei meinen Messungen maximal 115 dB(A). Auf der
aus Ruhedruck und Pfeifenlänge definierten Parameterfläche habe ich in
einem äquidistanten Raster die Amplitude des erzeugten Schalls gemes-

sen. Mit Amplitude ist der Maximalwert des Leistungsspektrum gemeint,
nicht etwa der integrale Wert über das gesamte Spektrum. Diese Methode
hat den Vorteil, modenreine Schwingungen bevorzugt zu messen, der aus
dem Freistrahlauschen resultierende Schall wird kaum berücksichtigt.

Bild 5 zeigt die Höhenliniendarstellung der so gewonnenen Amplitu-
de. Das Maximum ist auf 1 normiert. Die durchgezogenen Höhenlinien
beginnen bei 0,2 und liegen im Abstand von 0,2. Man erkennt, daß die
Schwingungen nur in einem relativ schmalen Druckbereich auftreten. Zur
Erklärung bedenke man, daß oberhalb von $p=0,5$ keine Schallgeschwindig-
keit mehr erreicht wird und sich infolgedessen auch kein Verdichtungs-
stoß bildet. Das auch für kleine Druckverhältnisse keine Schwingungen
mehr auftreten, hängt dagegen mit den dort zusätzlich entstehenden
Stößen zusammen. Eine ausführlichere Erklärung für das Verschwinden
der Schwingung bei extremen Druckverhältnissen findet sich in der Ar-
beit von Meier et al. (1978). Bezüglich der Rohrlänge sollte man beach-
ten, daß für sehr kurze Pfeifen deshalb keine Schwingung mehr auftreten
kann, weil der Stoß dann gar nicht mehr innerhalb des Resonators zu
liegen kommt. Vielmehr hat man es in diesem Fall mit einem Über-
schallfreistrahler zu tun. Der Übergang zwischen beiden Strömungsformen
bei Verkürzung des Rohres erfolgt übrigens schlagartig und ist sehr gut
hörbar. Darüber hinaus ist er mit Hysterese verbunden, bei Verlänge-
rung des Rohres erfolgt der Umschlag an anderer Stelle. Im Bild 5 lie-
gen die Maxima der Schwingung bei den Längen 50mm, 100mm und 150mm,
dies weist auf ein mit einer Wellenlänge periodisches Resonanzphänomen
hin.

Bild 6 zeigt die gleiche Messung in anderer Darstellung. Für 13
verschiedene Längen und 16 verschiedene Drucke wurde das Spektrum der
Schallsignale aufgenommen und in das entsprechende Kästchen eingezeich-
net. So liegt der linken unteren Spektrum eine Messung bei 1=0mm und
 $p=0,2$ zugrunde, rechts oben war 1=300mm und $p=0,95$. Innerhalb eines
Kästchens bedeutet die x-Achse die Frequenz und in y-Richtung ist die
lineare Amplitude aufgetragen. Die Frequenzwerte laufen von 0 bis
25kHz, die Amplitudenskala beginnt bei 0 und ist aufs Maximum normiert.

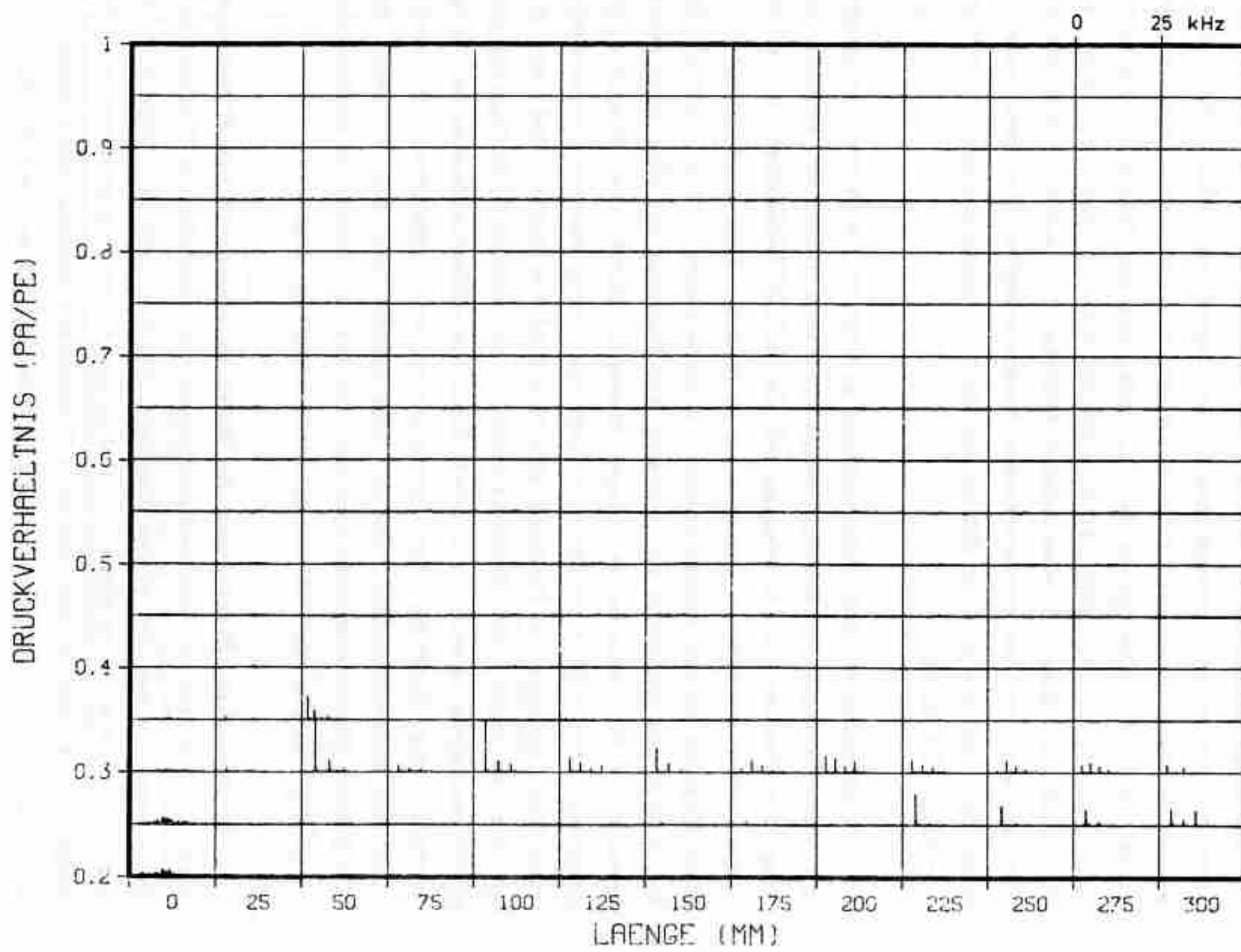
PFEIFE NR.2, GESAMTUEBERSICHT



- Bild 5 -

- 40 -

PFEIFE NR.2, GESAMTUEBERSICHT



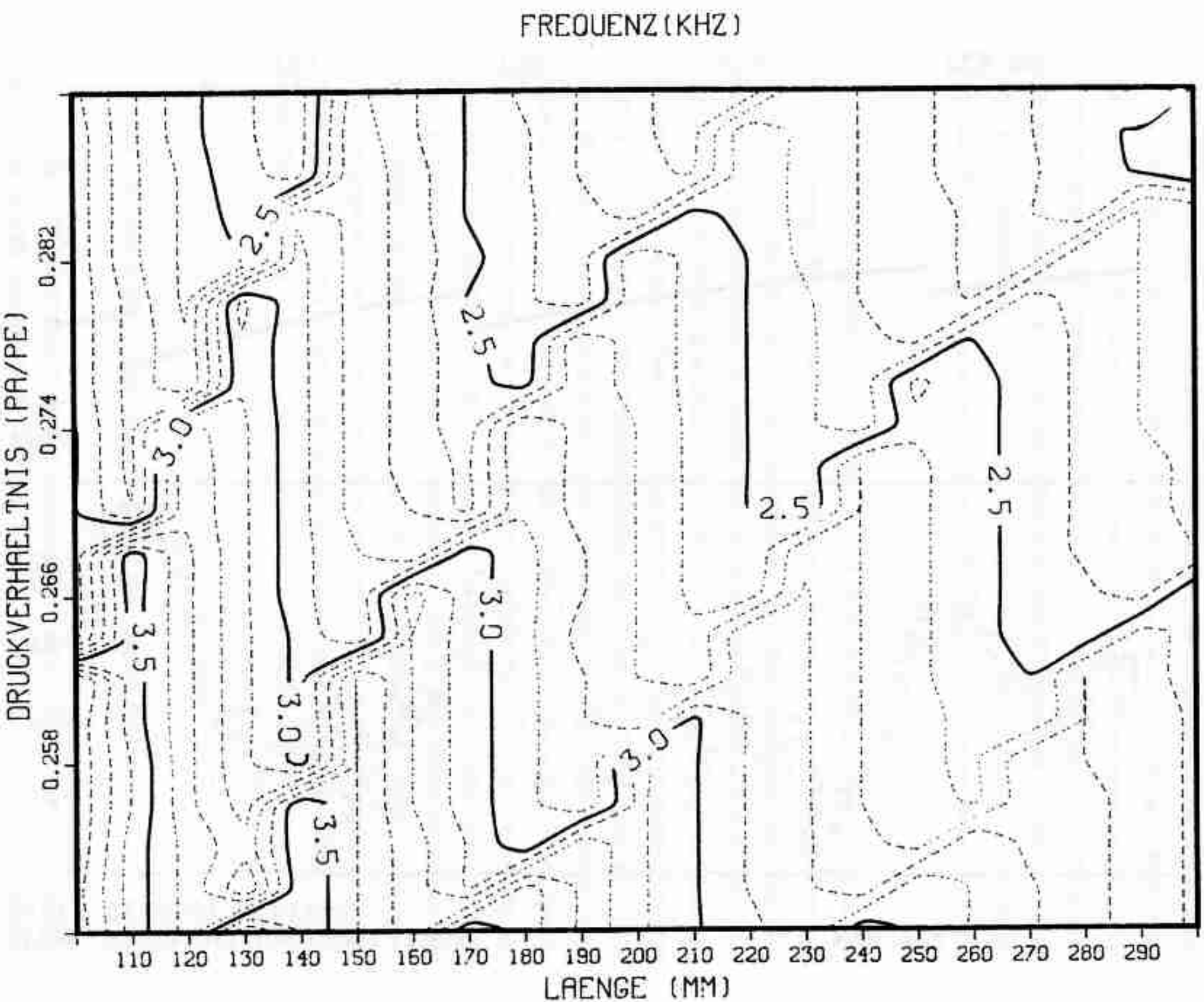
- Bild 6 -

- 41 -

Für die Länge Null, also den Freistrahler, erkennt man deutlich das Rauschen mit einem Amplitudenmaximum in der Gegend von 10 kHz. Für größere Resonatorlängen hingegen ist das Spektrum diskretisiert, man erkennt stets deutlich eine Spitze bei ca. 3 kHz, die von Oberwellen begleitet ist. Die Oberwellen haben nicht unbedingt eine kleinere Amplitude als die Grundschwingung. In den meisten Kästchen ist gar kein Spektrum erkennbar, weil bei den entsprechenden Parameterwerten die Amplitude so klein ist, daß sie sich im Rahmen der Darstellungsgenauigkeit nicht von der Nulllinie abhebt.

Im weiteren Verlauf interessieren wir uns nur noch für den Längen- und Druckbereich, in dem die lauten Pfeiftöne produziert werden. Wie hängt die Frequenz der Schwingung von den beiden Parametern Druck und Länge ab? Die Antwort findet sich im Bild 7. Hier sind Linien gleicher Frequenz in die Parameterebene eingezeichnet. Sie laufen über weite Strecken senkrecht zur x-Achse, die Frequenz ist hier also nahezu konstant. Für zunehmende Länge hingegen nimmt die Frequenz ab. Diagonal durchs Bild verlaufen allerdings Linien rascher Frequenzänderung, hier springt die Frequenz wieder auf höhere Werte. Daß es sich um ein Springen der Frequenz handelt, ist diesem Bild freilich noch nicht anzusehen, sondern wird erst durch die nächsten Messungen belegt werden. Die Richtung der Sprunglinien, von links unten nach rechts oben, ist dadurch erklärt, daß die Schwingungsdauer des Vorgangs mit steigendem Druckverhältnis zunimmt, so daß der Resonator entsprechend verlängert werden muß, um den gleichen Effekt zu erzielen.

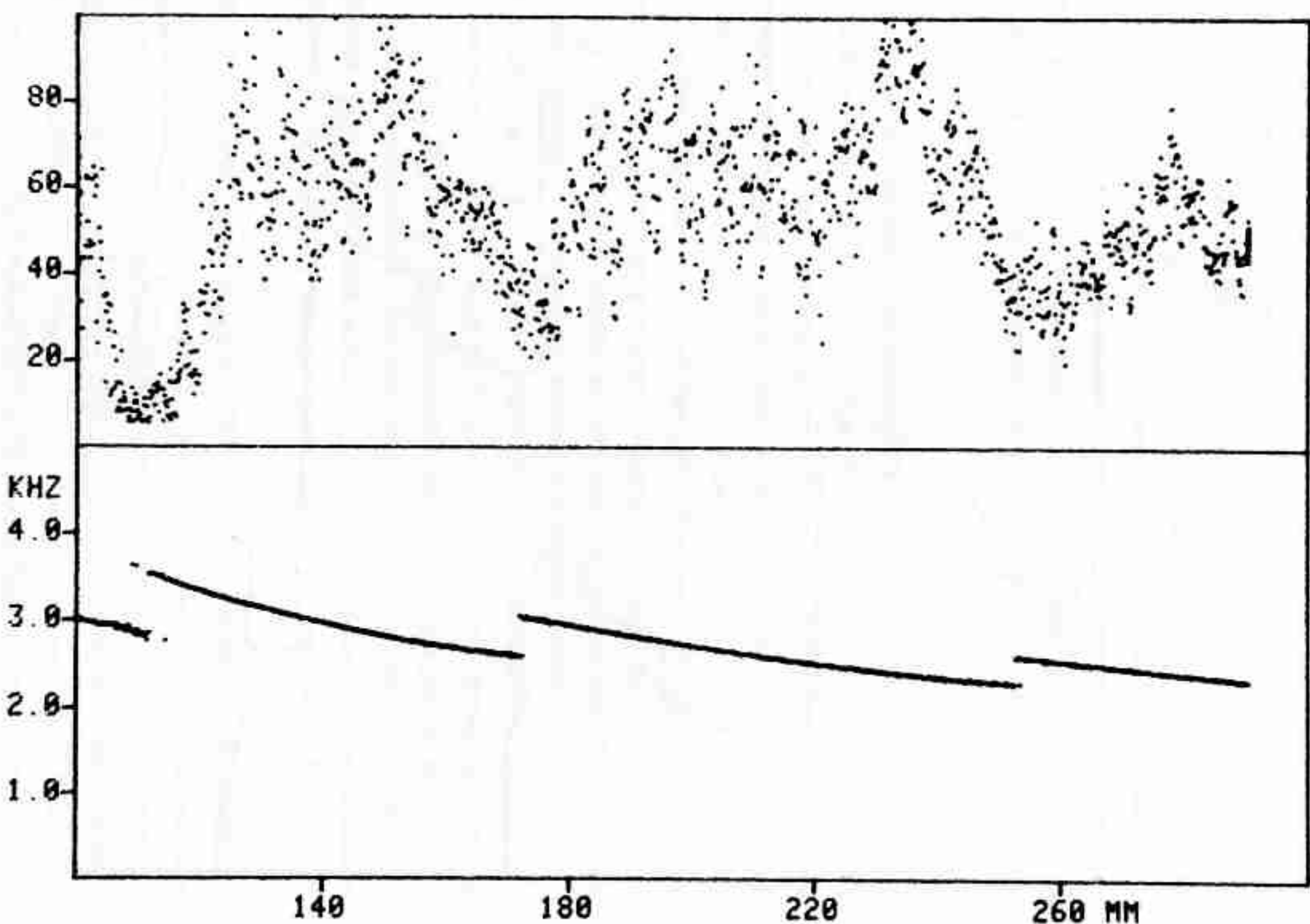
Da die letzte Darstellung der Meßwerte vielleicht etwas unanschaulich ist, halten wir zur Verdeutlichung der beobachteten Erscheinungen nacheinander einen der beiden Parameter konstant und variieren nur den anderen. Es soll zunächst die Abhängigkeit der Frequenz von der Rohrlänge noch einmal an Hand von Bild 8 erläutert werden. Hier handelt es sich um das Echtzeitprotokoll einer Messung, bei welcher der Ruhedruck im Rahmen des Möglichen konstant gehalten wurde. Frequenz und Amplitude des gemessenen Schalls sind gegen die gleichzeitig gemessene Resonatorlänge aufgetragen. Wie die beiden Ordinatenwerte ermittelt werden,



- Bild 7 -

SCHALLFREQUENZ UND AMPLITUDE GEGEN RESONATORLÄNGE

P=0.276

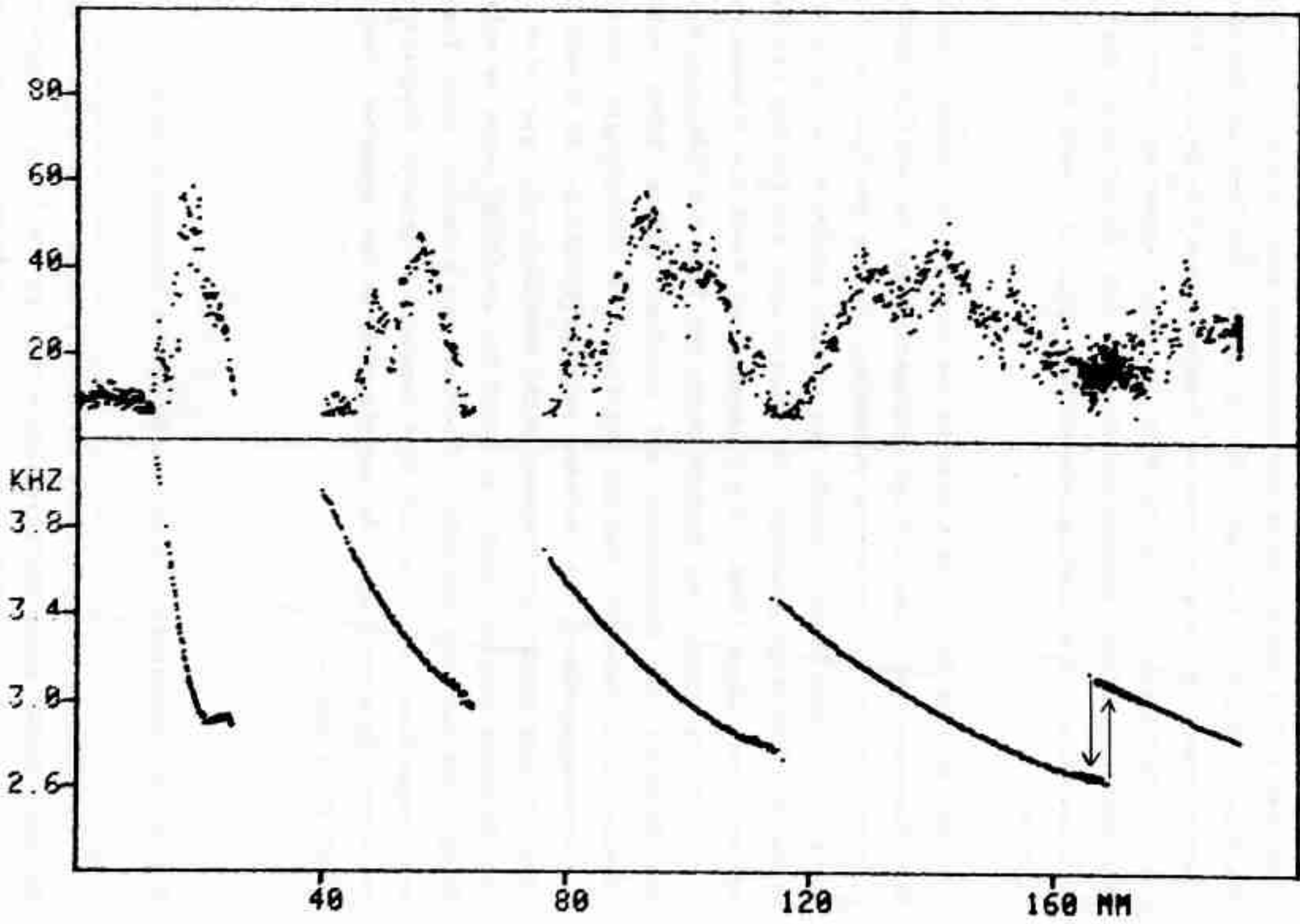


ist im Abschnitt 3.2 genauer erklärt. Man erkennt bei anwachsender Länge den Abfall der Frequenz und mindestens zwei un stetige Frequenzübergänge, nämlich die bei 180 und 260mm. Der Frequenzübergang bei 110mm hingegen ist vergleichsweise unsauber, denn die beiden Frequenzlinien überlagern sich in der Nähe des Umschlagpunktes. Das ist hier kein Hystereseeffekt, sondern auf ein Hin- und Herspringen des Tones zurückzuführen. Die Schwingungsamplitude fällt in diesem Bereich deutlich ab.

Der gleiche Sachverhalt wird in dem Bild 9 noch einmal deutlich. Der Übergang bei 160mm erfolgt schlagartig und bei endlich großer Amplitude. Er ist mit Hysterese verbunden. Um das deutlich zu machen, wurde in diesem Bereich sowohl bei kleiner werdender als auch bei anwachsender Rohrlänge gemessen. So erklärt sich die Häufung der Meßwerte bei der Länge 160mm. Die Hysterese ist durch die eingezeichneten Pfeile verdeutlicht. Die Tonänderungen bei 30mm und 70mm sind mit einem Rückgang der Lautstärke auf unmeßbar kleine Werte verbunden. Unmeßbar klein bedeutet, daß die Amplitude im Rauschpegel untergeht, das Strömungsgeräusch ist trotzdem noch beträchtlich. In diesen Bereichen ist eine Angabe der Frequenz nicht mehr sinnvoll, sie wird nicht ins Diagramm eingezeichnet. So kommt die deutliche Lücke zwischen den Werten 30mm und 40mm zustande. Unterhalb von 20mm ist kein Frequenzwert angeben, weil hier nur eine unscharf definierte Frequenz im Bereich von 10KHz vorliegt. Es handelt sich um das Rauschen des Überschallfreistrahls.

3.2 Die Spitzenkatastrophe bei Änderung des Rohrabschlusses

Die bisherigen Experimente wurden mit einem Resonanzrohr gleichmäßiger Dicke ausgeführt, welches abrupt in die freie Atmosphäre mündet. Mechel et al. (1965) und Ronneberger (1967/68) haben die akustische Impedanz einer un stetigen Rohrerweiterung vermessen. Es ist bemerkenswert, daß der Reflektionsgrad für den Druck größer als Eins sein

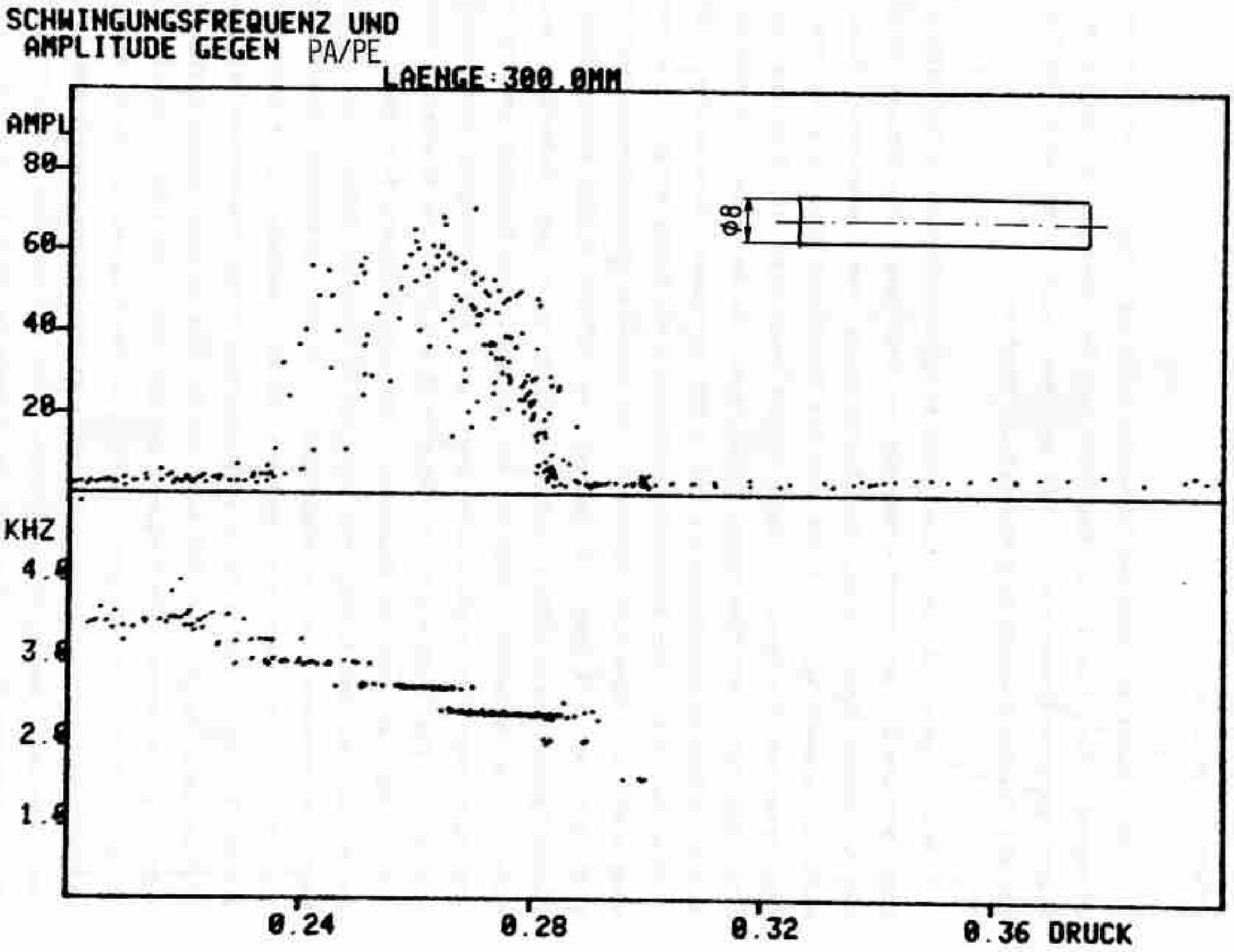


- Bild 9 -

kann (siehe Meyer/Neumann), sobald die Machzahl der Strömung im Rohr größer als Null ist.

Durch Modifikationen des Rohrendes habe ich versucht, den Reflexionsgrad für Schall in möglichst weiten Grenzen zu verändern. Allerdings wird dieser nicht direkt gemessen, sondern nur sein Einfluß auf die druckabhängigen Frequenzverläufe studiert.

Bild 10 zeigt die Amplituden- und Frequenzabhängigkeit der Schwingung vom Druck. Es bedarf einer näheren Erklärung. Die Abzisse zeigt den reziproken Ruhedruck an, der allerdings mit dem Aussendruck dimensionslos gemacht wurde. p ist also das Druckverhältnis zwischen Pfeifeneingang und Pfeifenende. Gegen diesen Druck sind eine Frequenz und eine Amplitude der Schwingung aufgetragen. Beide Größen sind aus der diskreten Fouriertransformation des Drucks gewonnen. Dazu werden 1024 Druckwerte mit einer Datenaufnahmefrequenz von 50KHz erfaßt, die Messung währt also etwa 0,02 Sekunden. Die schnelle Fouriertransformation wird mit den 1024 Meßwerten und weiteren $15 \cdot 1024$ Nullen durchgeführt, um den "picket fence effect" unmerkbar klein zu halten. Unterläßt man eine solche Maßnahme, liegt die aus dem diskreten Spektrum ermittelte Amplitude unter dem tatsächlichen Wert, wenn die Schwingung nicht ganzzahlig in das vermessene Zeitfenster hineinpaßt. Im Extremfall mißt man nur das 0,6-fache der Amplitude. Für eine genauere Erklärung verweise ich auf den Artikel von Bergland in Rabiner, Rader (1972). Die durch die genauere Fouriertransformation größer gewordene Rechenzeit ist unerheblich, denn sie liegt mit 100 Millisekunden unter der Zeit, die das Digitalvoltmeter für die Integration eines Druckwertes benötigt (0,4 Sekunden). Nach der FFT wird das Maximum im Leistungsspektrum gesucht. Die entsprechende Frequenz und die Amplitude (die lineare Amplitude, nicht deren Quadrat!) werden in das Diagramm als Punkt eingetragen, sofern sie in den vom Experimentator vorgegebenen Rahmen passen. Ansonsten werden sie ignoriert. Wenn man sich wie in den folgenden Bildern nur für die Frequenz der Grundschwingung interessiert, ist ein Analogfilter zur Beschränkung der Oberschwingungen sinnvoll, denn die Amplitude einer Oberwelle ist häufig die größte des Spektrums. Das

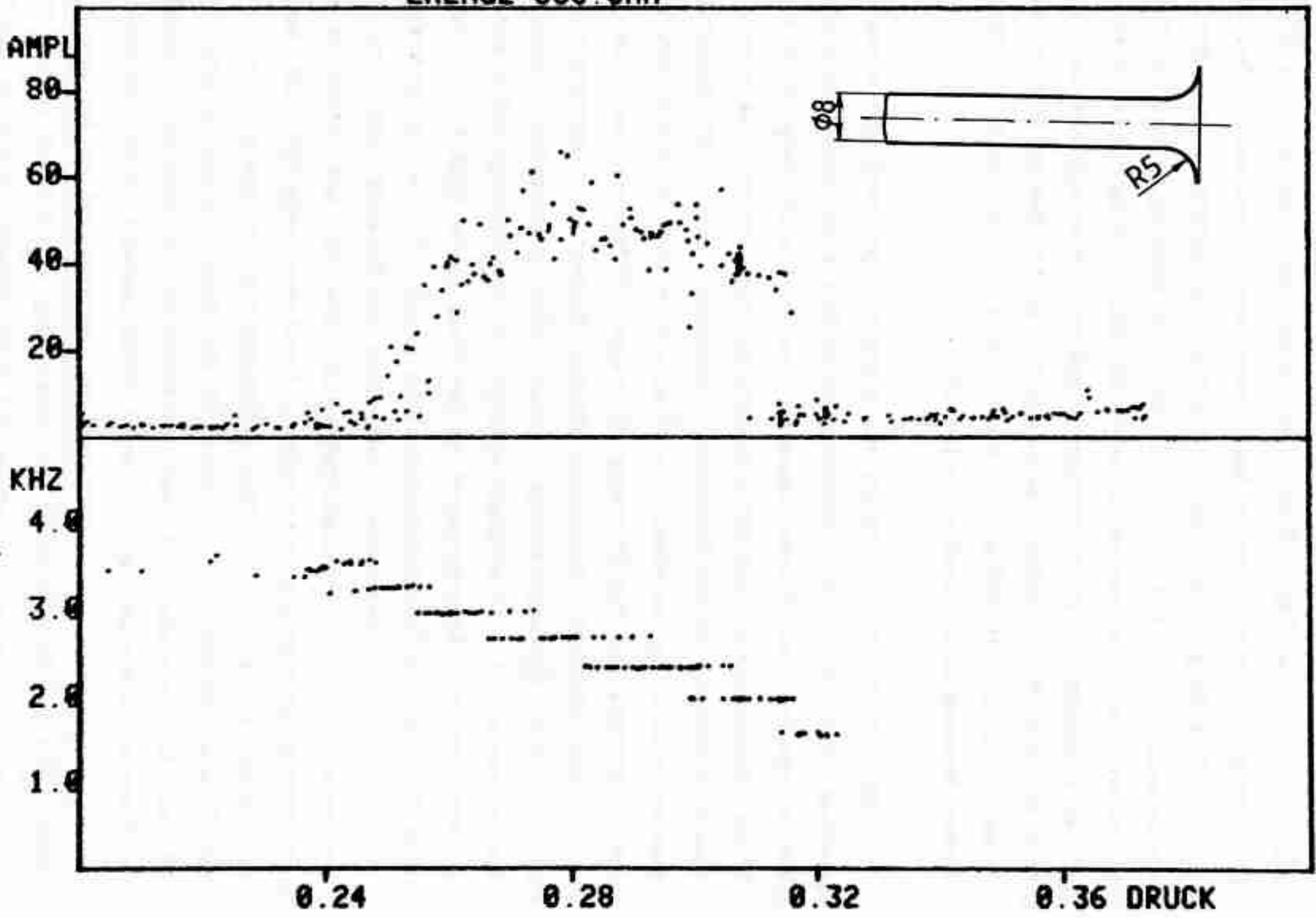


- Bild 10 -

Bild 10 wurde an dem Resonator mit normalem Abschluss durchgeführt. Man erkennt eine ausgeprägte Schwingung im Druckbereich von 0,24 bis 0,29. Die Frequenz ändert sich in dem diesem Bereich mehrmals. Der Übergang bei $p=0,27$ erfolgt dabei unstetig und mit Hysterese. Die Breite des Hysteresebereichs ist erkennbar, weil die Messung einmal bei fallendem und einmal bei steigendem Druckverhältnis durchgeführt wurde. Bei $p=0,24$ hingegen ist keine Hysterese meßbar. Hier springt der Frequenzwert bei gleichbleibendem p zwischen den beiden Werten hin und her. Ob dieser Vorgang regelmäßig oder statistisch erfolgt, kann allerdings mit dieser Messung nicht beantwortet werden.

Das nächste Bild 11 zeigt das gleiche Experiment mit einem modifizierten Rohrende. Der Querschnitt öffnet sich kreisförmig mit einem Radius von 5mm, der Rohrdurchmesser erweitert sich also von 8 auf 18mm. Diese Konstruktion muß dadurch entschuldigt werden, daß eine entsprechende Schablone in der Werkstatt vorhanden war. Strömungstechnisch gesehen stellt sie so etwas wie einen schlechten Diffusor dar, man kann damit rechnen, daß die Strömung bei einem Öffnungswinkel von weniger als 10 Grad abreißt. Akustisch gesehen besteht eine entfernte Ähnlichkeit mit dem Exponentialhorn, einem sich exponentiell erweiternden Rohrquerschnitt. Allerdings erfolgt die Erweiterung auf einer viel zu kurzen Strecke. Bemerkenswert an der Messung im Bild 11 ist das unste-tige Verschwinden der Schwingung beim Druck 0,31, es ist natürlich wieder mit Hysterese verbunden. Gegenüber der Messung mit dem normalen Rohrende ist der Schwingungsbereich breiter und etwas zu größeren Druckverhältnissen hin verschoben. Letzteres bedeutet, daß man einen kleineren Druck vor der Düse aufwenden muß, um das gleiche Verhältnis zum Totwasserdruck zu erreichen. Da der Druckverlust im Rohr in beiden Fällen der gleiche ist, muß der Druck am Rohrende bei Verwendung des "Diffusors" niedriger sein. Genau darin besteht in der Technik ja auch sein Lebenszweck, er vermindert den Druckverlust an der Austrittsöffnung. Mit der Verschiebung der Schwingung zu größeren Werten von p ist auch sofort die Verbreiterung des Schwingungsbereichs in der Darstellung erklärt, wenn man sich vergegenwärtigt, daß hier das Verhältnis vom Atmosphärendruck zum Ruhedruck aufgetragen ist, bei großem Ruhe-

SCHWINGUNGSFREQUENZ UND AMPLITUDE GEGEN PA/PE LAENGE: 300.0MM



- Bild 11 -

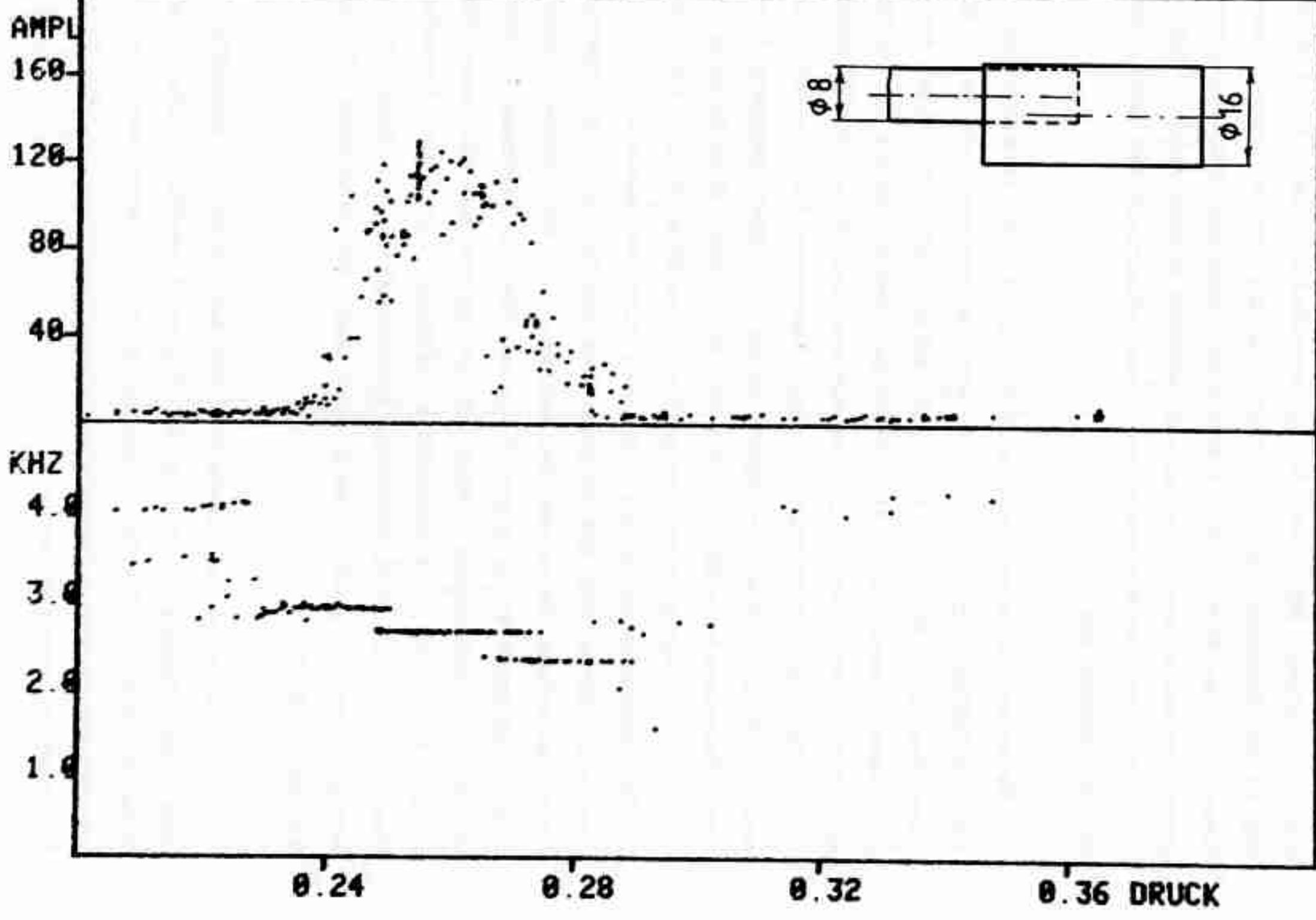
druck eine feste Änderung also kleiner dargestellt wird. Es bereitet natürlich etwas Mühe, bei der Interpretation von p stets eine Aufteilung in den Druckverlust am Carnot-Stoß und den im Rohr vornehmen zu müssen. Diese Schwierigkeit hätte man umgangen, wenn der Druck direkt hinter der un stetigen Erweiterung gemessen worden wäre. Das bereitet Mühe, weil an der Forderung der Verschiebbarkeit des Außenrohres festgehalten werden muß.

Bevor wir zu einer anderen Möglichkeit zur Verminderung des Reflexionsfaktors greifen, wollen wir ihn zunächst erhöhen. Einen möglichen Weg haben Meier et al. (1978) aufgezeigt. Sie haben den Resonator abgeschlossen und die Strömung durch Löcher in der Seitenwand austreten lassen. Dabei ist der Abstand der Löcher vom Rohrende so gewählt, daß der Rohrab schluß einen Resonator für die auftretende Frequenz darstellt. Erwartungsgemäß wurde die Schwingungsamplitude durch diese Maßnahme vergrößert. Mir war mit dieser Methode kein Erfolg beschieden, die Verluste an der perforierten Wand wurden durch das bessere Reflexionsvermögen des Rohrendes nicht wettgemacht. Die Erklärung liegt wohl darin, daß ich es gegenüber dem Meier'schen Experiment mit einer sechsfach kürzeren Wellenlänge zu tun hatte, damit wird es schwer, genügend viele Austrittslöcher für die Strömung im Schwingungsknoten unterzubringen. Daher wählte ich zur Reflexionserhöhung einen offenen Resonator, ein beidseitig offenes Rohr vom Innendurchmesser 16mm, in das die Pfeifenmündung hineinragte. Die Länge des Resonators betrug 112mm, so gewählt, weil sich damit für 3kHz Schallfrequenz eine Resonanz ergibt.

Bild 12 zeigt das Ergebnis. Die Amplitude ist gegenüber der Messung ohne Resonator etwa um den Faktor 2 erhöht (Veränderung des Maßstabs beachten). Die Hysterese bei 0,27 ist jetzt sehr deutlich, sie äußert sich in einer Unstetigkeit der Amplitude, die ohne Zusatzresonator nicht zu erkennen war.

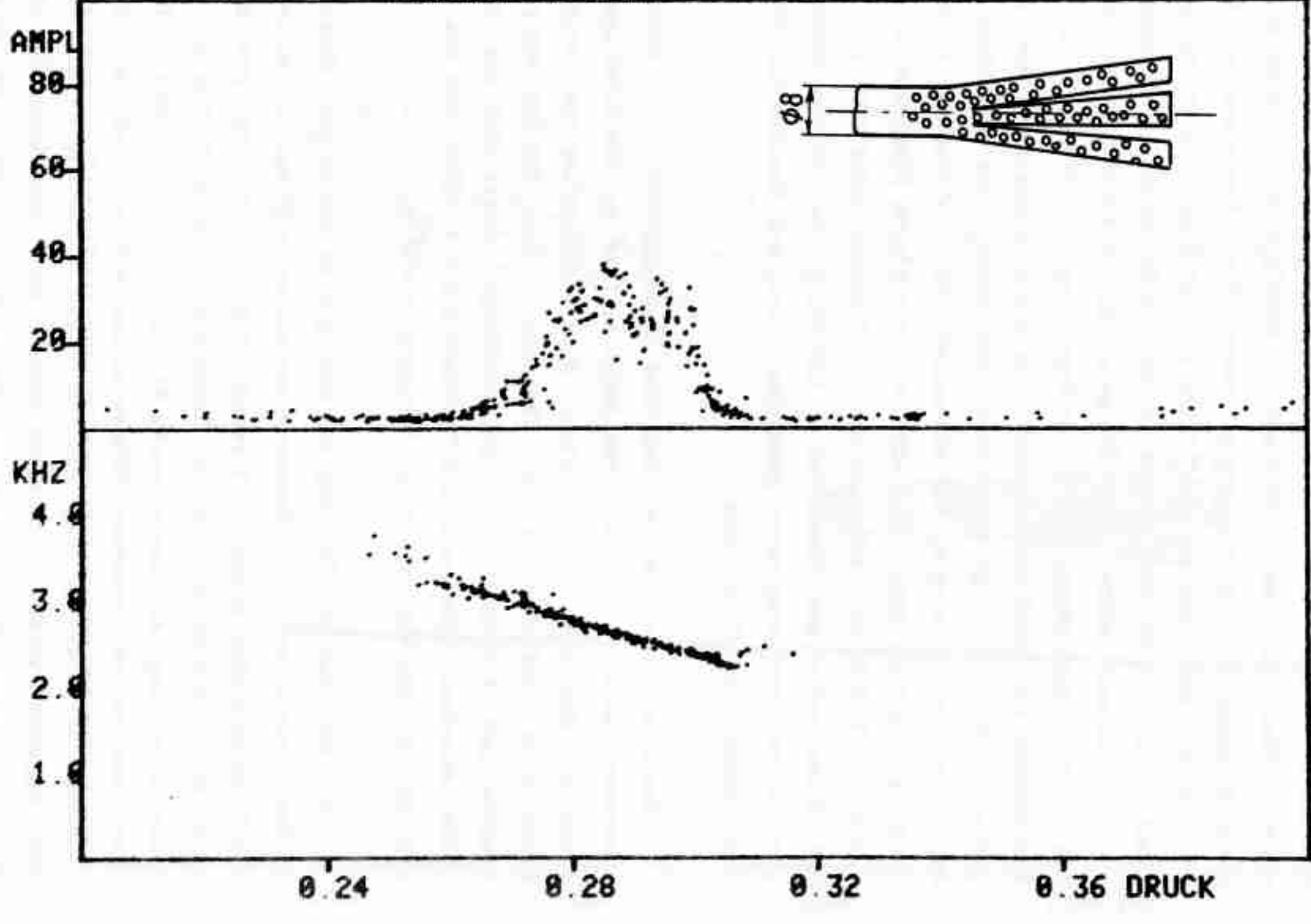
Nach der Erhöhung des Reflexionsfaktors am Rohrende soll jetzt das gegenteilige Experiment beschrieben werden. Dazu wurde die Rohr-

SCHWINGUNGSFREQUENZ UND
 AMPLITUDE GEGEN PA/PE
 LAENGE: 300.0MM



- Bild 12 -

SCHWINGUNGSFREQUENZ UND
 AMPLITUDE GEGEN PA/PE
 LAENGE: 300.0MM



- Bild 13 -

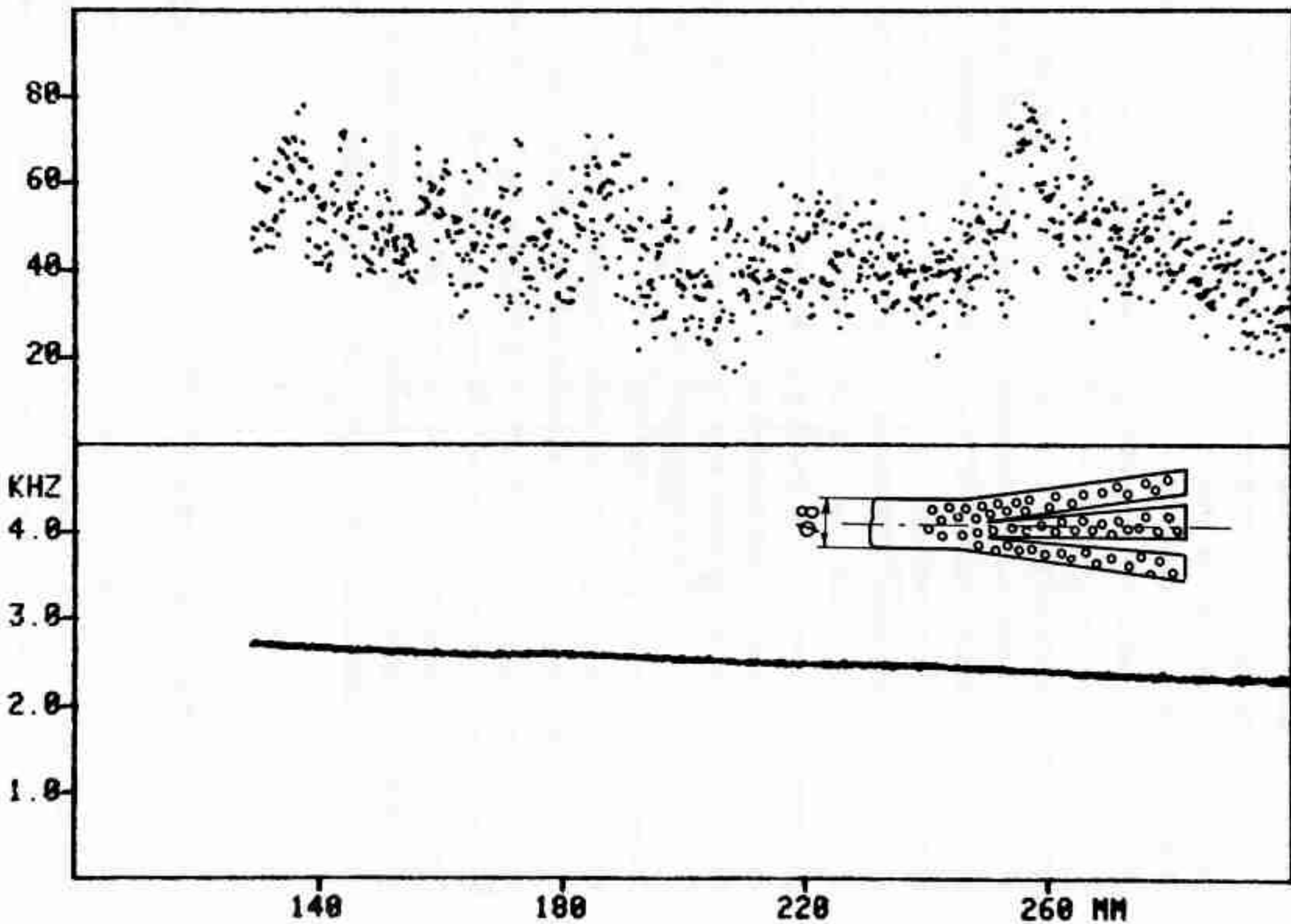
wandung gelöchert. Macht man nun das einzelne Loch zu groß, beispielsweise größer als 1mm Durchmesser, so wird die am weitesten stromaufwärts gelegene Öffnung frequenzbestimmend, durch Verdecken der einzelnen Löcher kann man auf der Pfeife wie auf einer Blockflöte spielen. Ideal wären also beliebig kleine Löcher, deren Dichte zum Rohrende hin stetig zunehmen müßte. Der Übergang muß auf einer Strecke erfolgen, die in der Größenordnung der Wellenlänge liegt. Die Einhaltung dieser Forderungen ist durch das handwerkliche Geschick begrenzt, aber das Experiment (Bild 13) zeigt einen deutlichen Erfolg der Maßnahmen. Die Amplitude der Schwingung hat abgenommen, und die Frequenz zeigt keine un stetigen Sprünge mehr. Sie nimmt mit steigendem Ruhedruck stetig von 2,2kHz auf 3,2kHz zu. Außerdem ist die Frequenz nicht mehr so konstant wie in den vorherigen Messungen. Außerhalb des Schwingungsbereichs sind keine Frequenzpunkte gezeichnet, weil das Maximum des Spektrums dann oberhalb von 5kHz liegt.

Man könnte nun vermuten, daß eine Längenänderung der Pfeife mit schwacher Schallreflektion ohne jeden Einfluß auf die Schwingungsfrequenz ist, aber das ist ein Irrtum. Eine Verlängerung des Rohres bewirkt eine Verkleinerung der Frequenz. Dies ist auf den größeren Druckverlust im längeren Rohr zurückzuführen. Damit wird das Druckgefälle zwischen Ruhedruck und Totwasserdruck kleiner, und das bewirkt schließlich eine kleinere Schallfrequenz (siehe Bild 14).

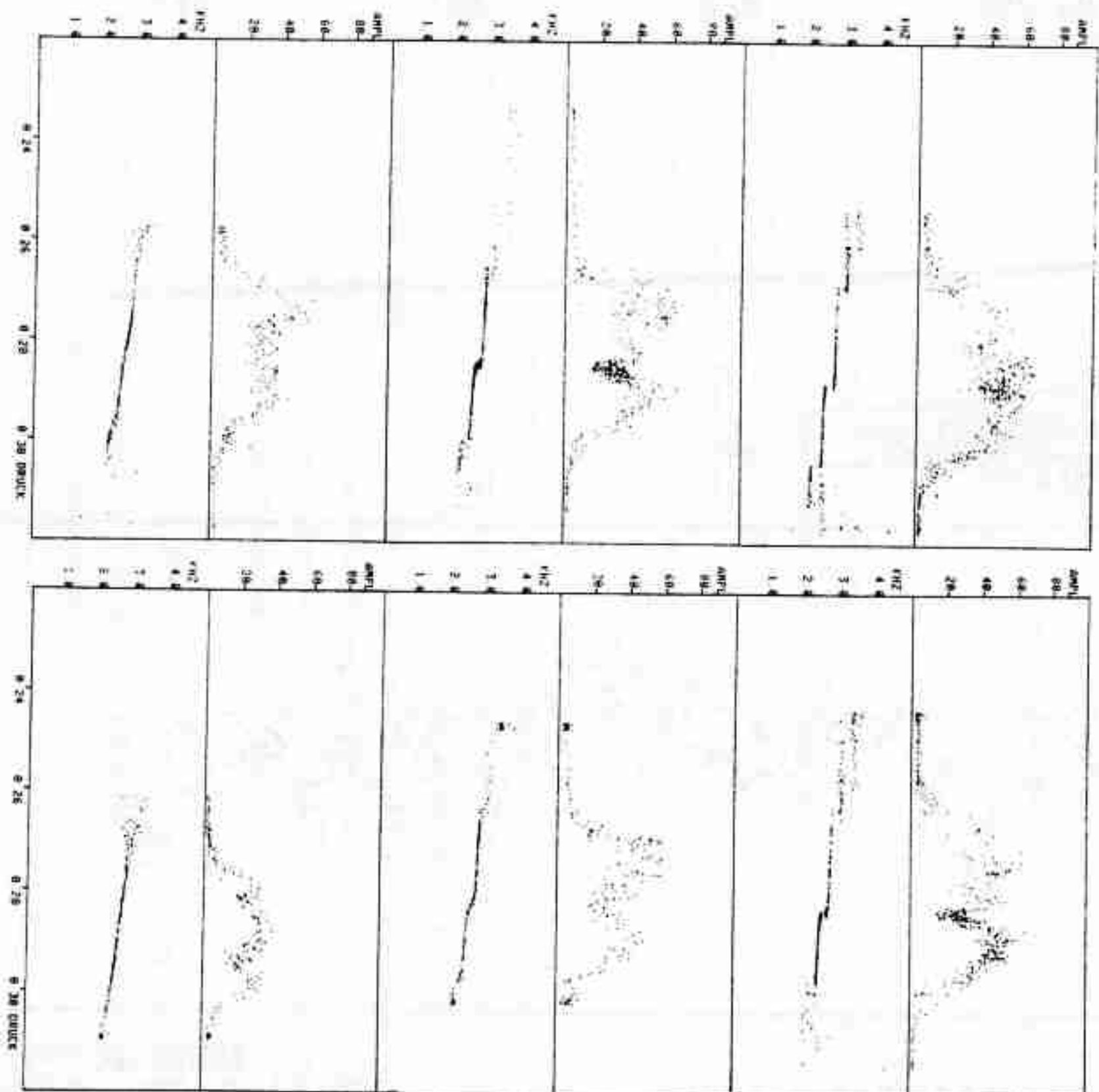
Wie geht nun der Übergang von stetigen zu un stetigen Frequenzverläufen vonstatten? Zur Beantwortung müssen mittlere Reflektionsgrade des Rohrabschlusses eingestellt werden können. Klebeband erweist sich hier wie in vielen Gebieten der Experimentalphysik (G.Pfister, persönliche Mitteilung) als das adäquate Mittel zur Problemlösung. Die Löcher des reflektionsarmen Rohres wurden verklebt, dann mehr und mehr Öffnungen freigegeben, wobei mit dem Öffnen der Löcher am Ende des Rohres begonnen wurde. In einem anderen Experiment wurde das Ende des Rohres mit einem Schlitz versehen, der sich stromabwärts keilförmig erweiterte. Dann bewirkt eine Änderung von der Breite und Länge des Schlitzes eine Änderung der Reflektion. In Bild 15 sind 6 Messungen

SCHALLFREQUENZ UND AMPLITUDE GEGEN RESONATORLAENGE

P=0.299



- Bild 14 -



- Bild 15 -

mit verschiedenen Reflektionsgraden dargestellt. Die Länge der Pfeife betrug in allen Fällen 300mm, wobei der Wert dieser Aussage bei einem allmählichen Übergang natürlich kritisch zu beurteilen ist. Der Druckabfall ist jedenfalls kleiner als in einem unperforiertem Rohr gleicher Länge. Oben links ist eine Messung mit hohem Reflektionsgrad gezeigt. Unsere Aufmerksamkeit gilt dem Übergang bei $p=0,29$. Man erkennt zwei deutlich getrennte Frequenzlinien. Rechts daneben ist dann ein kleiner Spalt am Rohrende freigegeben, es ist immer noch ein diskreter Übergang zu erkennen, aber die beiden Frequenzlinien liegen schon deutlich dichter beieinander. Hält man den Druck im kritischen Bereich, also dort, wo die beiden Linien sich überschneiden, konstant, so bleibt die Frequenz nicht unbedingt auf einem der beiden Äste. Vielmehr springt sie unregelmäßig hin und her, und zwar so langsam, daß es gut hörbar ist. Dies kann eine Reaktion auf die unvermeidliche Turbulenz sein. Die dritte Messung (also links in der Mitte des Bildes) zeigt kritisches Verhalten. Man kann nicht mehr sagen, ob die beiden Frequenzäste noch getrennt sind oder schon stetig ineinander übergehen. Hier wurde der Druck möglichst lange am interessierenden Punkt festgehalten, daher die Häufung der Meßwerte in diesem Punkt. Bei der vierten Messung darf man dann schon von einem stetigen Übergang der Frequenz reden. Der Punkt mit raschem Frequenzanstieg ist allerdings noch deutlich auszumachen. Das wird bei der fünften Messung schon schwieriger, bei der sechsten (rechts unten) ist es dann unmöglich. Hier wurden alle seitlichen Öffnungen des Resonators freigegeben.

3.3 Die Spitzenkatastrophe bei Änderung von Druck und Länge

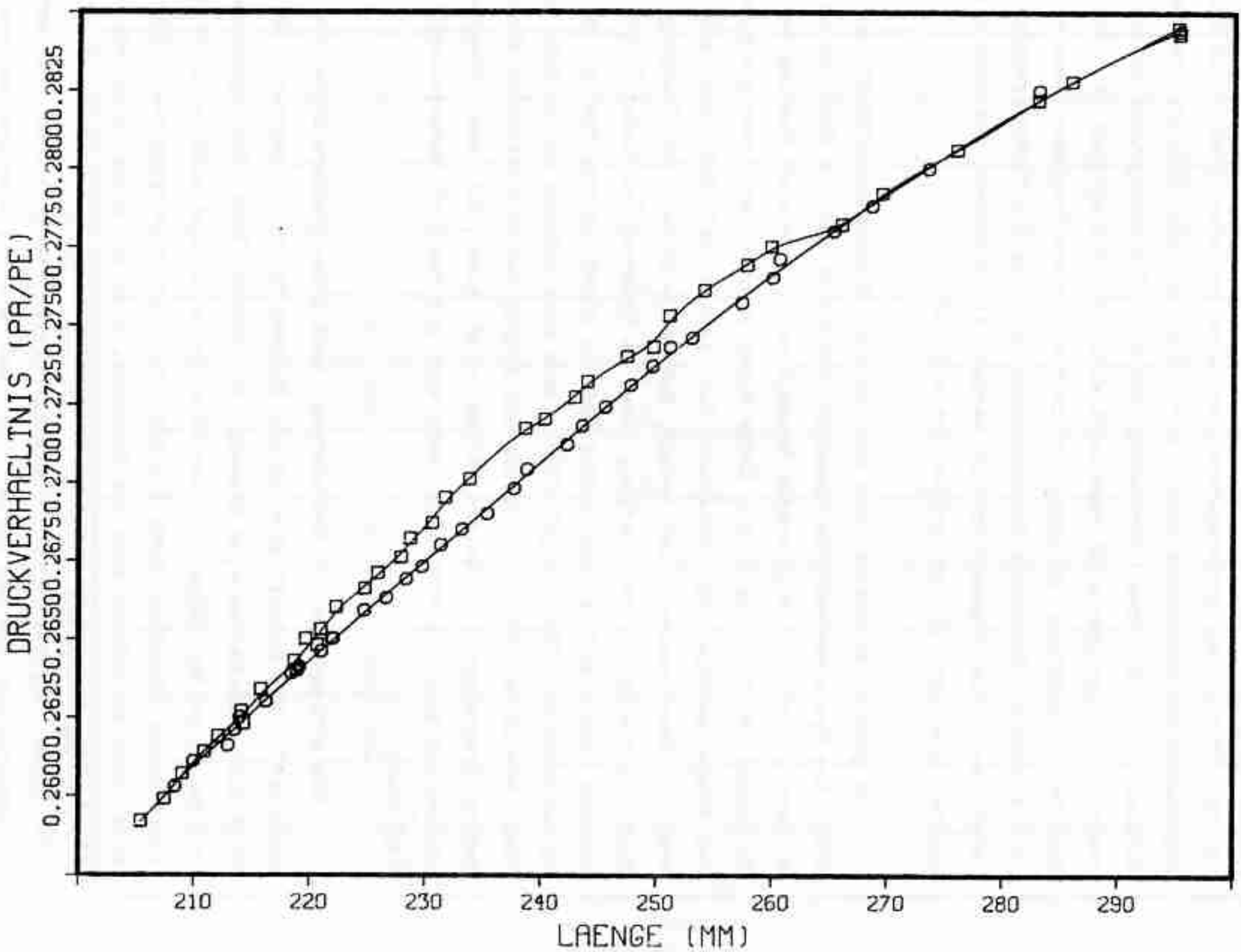
Im letzten Abschnitt wurde festgestellt, daß ein reflektierender Rohrabluß zu Hystereseeffekten Anlaß geben kann, es aber nicht muß. Vielmehr konnte zweifelsfrei nachgewiesen werden, daß schon bei endlichem Reflektionsvermögen des Resonators der Frequenzsprung verschwindet und einem stetigen Verhalten der Tonhöhe Platz macht. Quantitativ läßt sich die Aussage mit meiner Meßapparatur nicht präzisieren, weil hier

keine Möglichkeit zur Messung des Schallreflektionsfaktors besteht und die Länge des verwendeten Klebebandes wohl keine genügend definierte Maßgröße ist. Daher muß die Vermessung eines Hysteresebereichs in der Parameterebene aus Resonatorlänge und Ruhedruck erfolgen. Der Rohrausschluß bleibt während einer Messung unverändert. Man muß sich darüber im Klaren sein, daß das recht gut verständliche Verschwinden eines Hystereseeffekts in der Ebene aus Druck und Reflektionsvermögen keinen Rückschluß auf gleiche Erscheinungen in der Parameterebene Druck-Länge zuläßt. Tatsächlich wird es sich herausstellen, daß im Experiment die Hysterese zwar verschwindet, aber ganz anders als in dem vorherigen Beispiel nicht über das Annähern der beiden Frequenzen.

Betrachten wir also die Messung in Bild 16. Sie bedarf einer näheren Erklärung. Das Ziel des Experiments ist es, festzustellen, bei welchen Parametern die Frequenz umschlägt. Dazu wird das vom Mikrophon aufgenommene Signal spektral analysiert, so schnell es die Anlage eben erlaubt. Die Messung währt wie bei den vorherigen Versuchen jeweils 20 Millisekunden. Hat sich die Frequenz von Messung zu Messung nun signifikant (200 Hz) geändert, so werden Länge und Druck erfasst und in das Diagramm als Punkt eingetragen. Springt die Frequenz zu höheren Werten, wird der Punkt durch einen Kreis gekennzeichnet, im anderen Fall durch ein Rechteck. Während der Rechner nun ständig Zeitserien erfasst und analysiert, ist es dem Geschick des Experimentators überlassen, möglichst viele Frequenzsprünge herbeizuführen. Ich bin dabei so vorgegangen, daß die Länge der Pfeife ständig variiert wurde, jedoch die Stellung der Drosselventile im Einlauf während einer Messung unverändert blieb. Wegen der Entleerung des Druckkessels fällt der Druck dann langsam ab.

Die Bedeutung des Bildes 16 sollte jetzt klargeworden sein. Zwischen den beiden Linien, die die Kreise bzw. Quadrate verbinden, liegt der Bereich der mehrdeutigen Lösung. Hier kann die Pfeife entweder auf einer tieferen oder auf einer höheren Frequenz schwingen. Bemerkenswert ist nun erstens die Tatsache, daß dieser Bereich sowohl bei 210mm als auch bei 270mm Länge unmeßbar dünn wird, die beiden Li-

GRENZEN DES HYSTERESEBEREICHS
IN DER P-L EBENE

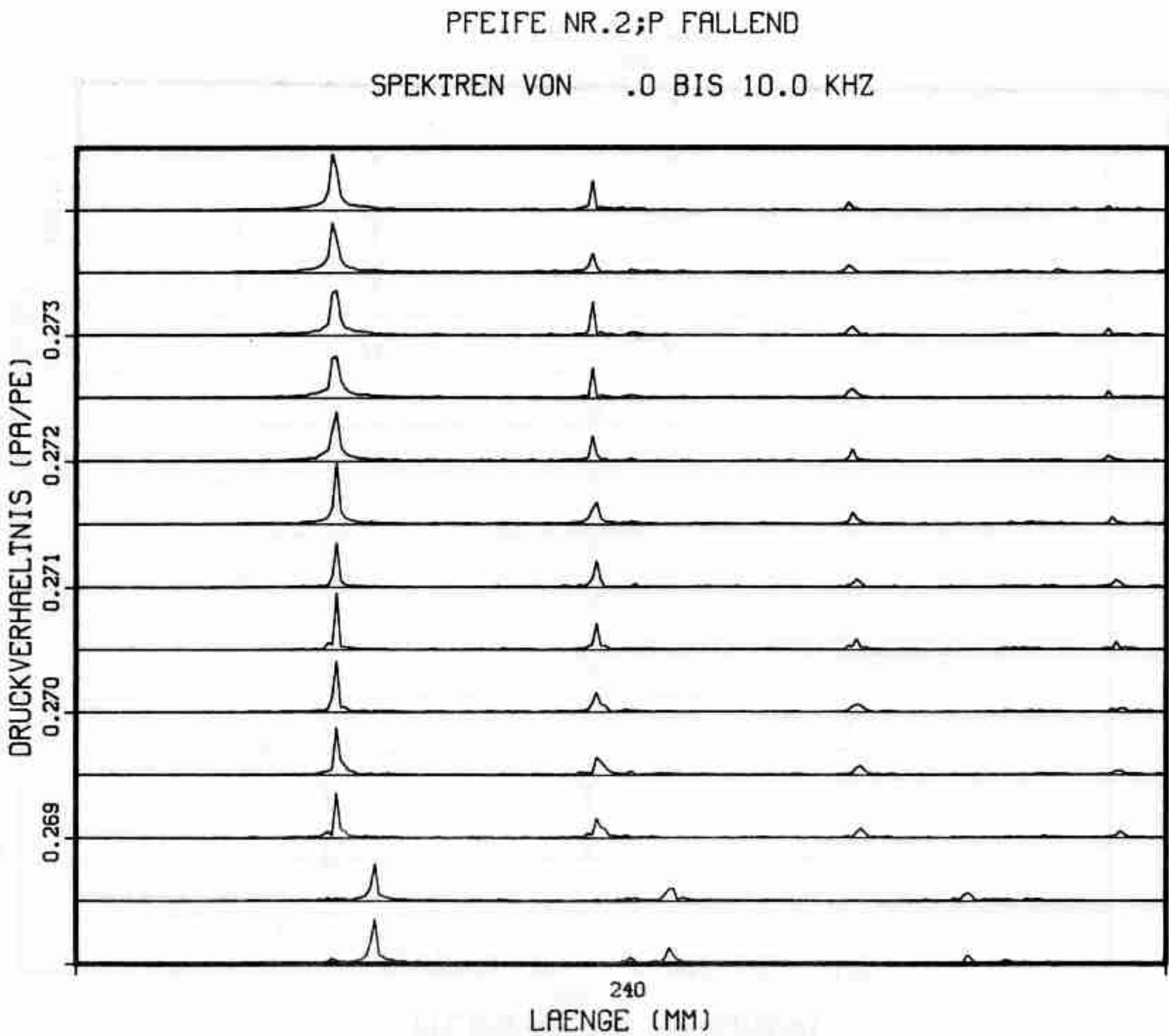


- Bild 16 -

nien fallen hier aufeinander. Während die Messung der Umschlagpunkte in der Mitte des Hysteresebereichs, also bei etwa 240mm, noch leicht reproduzierbar vonstatten geht, wird sie an den Rändern zunehmend schwieriger. Es kann vorkommen, daß hier Frequenzsprünge auftreten, obwohl die Länge gar nicht verändert wird, der Ton springt bei festgehaltenen Parametern gelegentlich in die tiefere Frequenz, dann wieder in die höhere. Besonders bemerkenswert ist, daß die Tonänderungen auch jetzt noch vom Programm erkannt werden, die Differenz der beiden Frequenzen also nach wie vor größer ist als 200Hz.

Um genauer zu klären, wie die beiden Schwingungszustände in der Nähe des Hysteresebereichs aussehen, betrachte man die Spektren in den Bildern 17 und 18. Beim ersten handelt es sich um eine Messung bei abfallenden Werten von p, die Länge blieb während der Messung konstant. Der Frequenzsprung fand zwischen den Werten $p=0,2680$ und $p=0,2685$ statt. Bemerkenswert ist jedoch, daß man auch nach dem Übergang noch deutlich die Spuren des tieferen Tones im Spektrum vorfindet. Beim Anwachsen von p erfolgt der Sprung dann an einer anderen Stelle, im Bild 18 zwischen $p=0,2700$ und $p=0,2705$. Auch hier erkennt man in den Spektren besonders vor dem Sprung die Folgen der nichtlinearen Mischung beider Frequenzen. In beiden Fällen sind also die zwei Frequenzen zeitweilig zugleich vorhanden, wenn auch mit deutlich unterschiedlicher Amplitude.

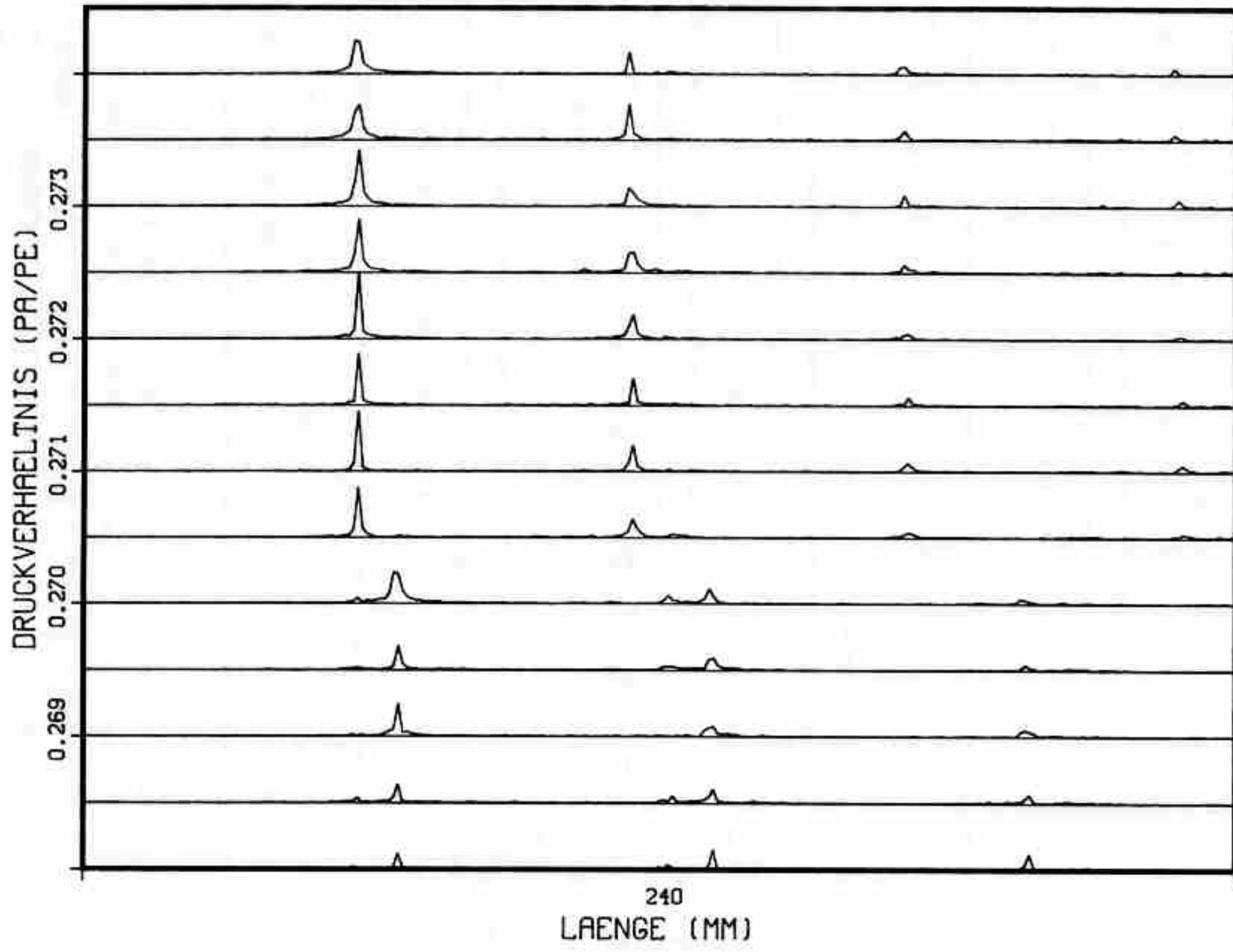
Wie erfolgt nun die Tonänderung, wenn keine meßbare Hysterese mehr vorliegt? Die Antwort wird in den Bildern 19 und 20 gegeben. Es handelt sich zunächst um eine Messung am oberen Ende des Hysteresebereichs, also bei 285mm. In der Nähe des auch hier noch deutlich lokalisierbaren Übergangs nimmt die Amplitude der Schwingung ab. Dasselbe gilt auch am unteren Ende des Bereichs, also bei einer Länge von 200mm (Bild 20). Hier sieht man beim Druckverhältnis 0,258 sehr deutlich, daß beide Amplituden im Übergangsbereich vergleichbar groß werden. Zusammenfassend muß man feststellen, daß zwischen stetigen und unstetigen Übergängen gar kein deutlich meßbarer Unterschied besteht, in beiden Fällen sind vor und nach dem Übergang beide Frequenzen im Spek-



- Bild 17 -

PFEIFE NR.2;P ANWACHSEND
SPEKTREN VON .0 BIS 10.0 KHZ

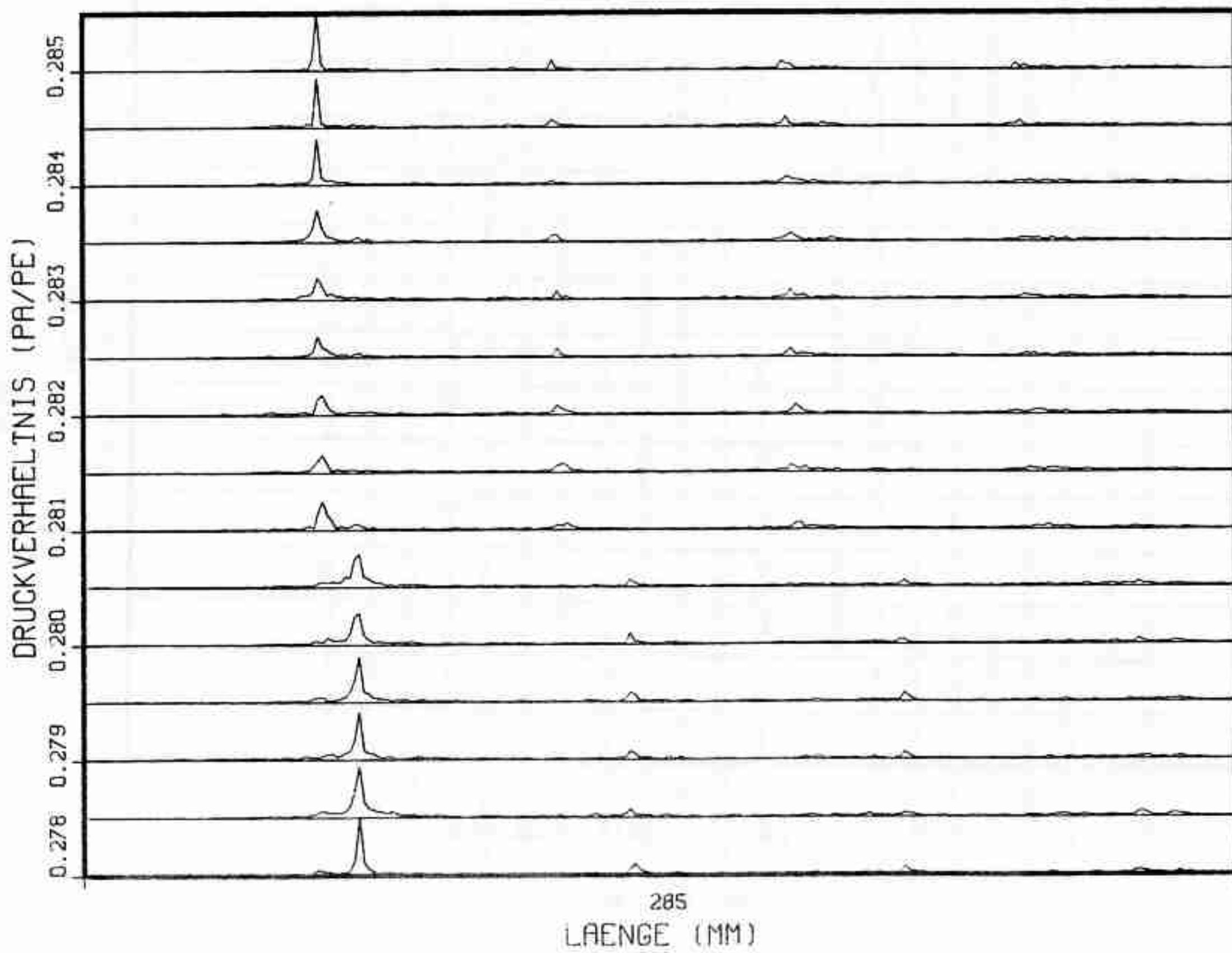
- 81 PLT8 -



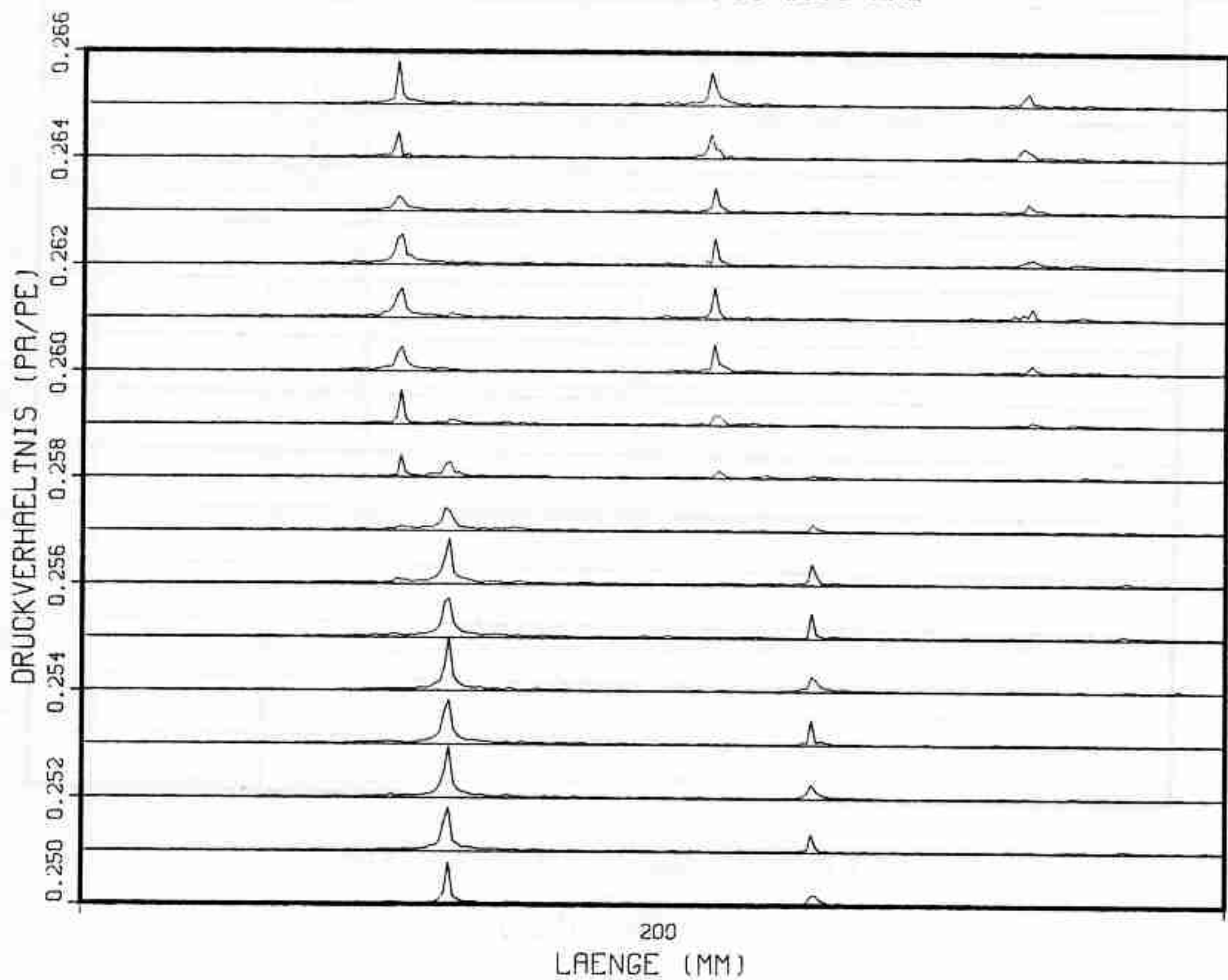
- 62 -

PFEIFE NR.2
SPEKTREN VON .0 BIS 10.0 KHZ

- 61 PLT8 -



- 63 -



- Bild 20 -

trum vorhanden. Die Abweichung muß also darin liegen, daß sich das Verhältnis der beiden Amplituden im ersten Fall stetig, im zweiten un- stetig ändert.

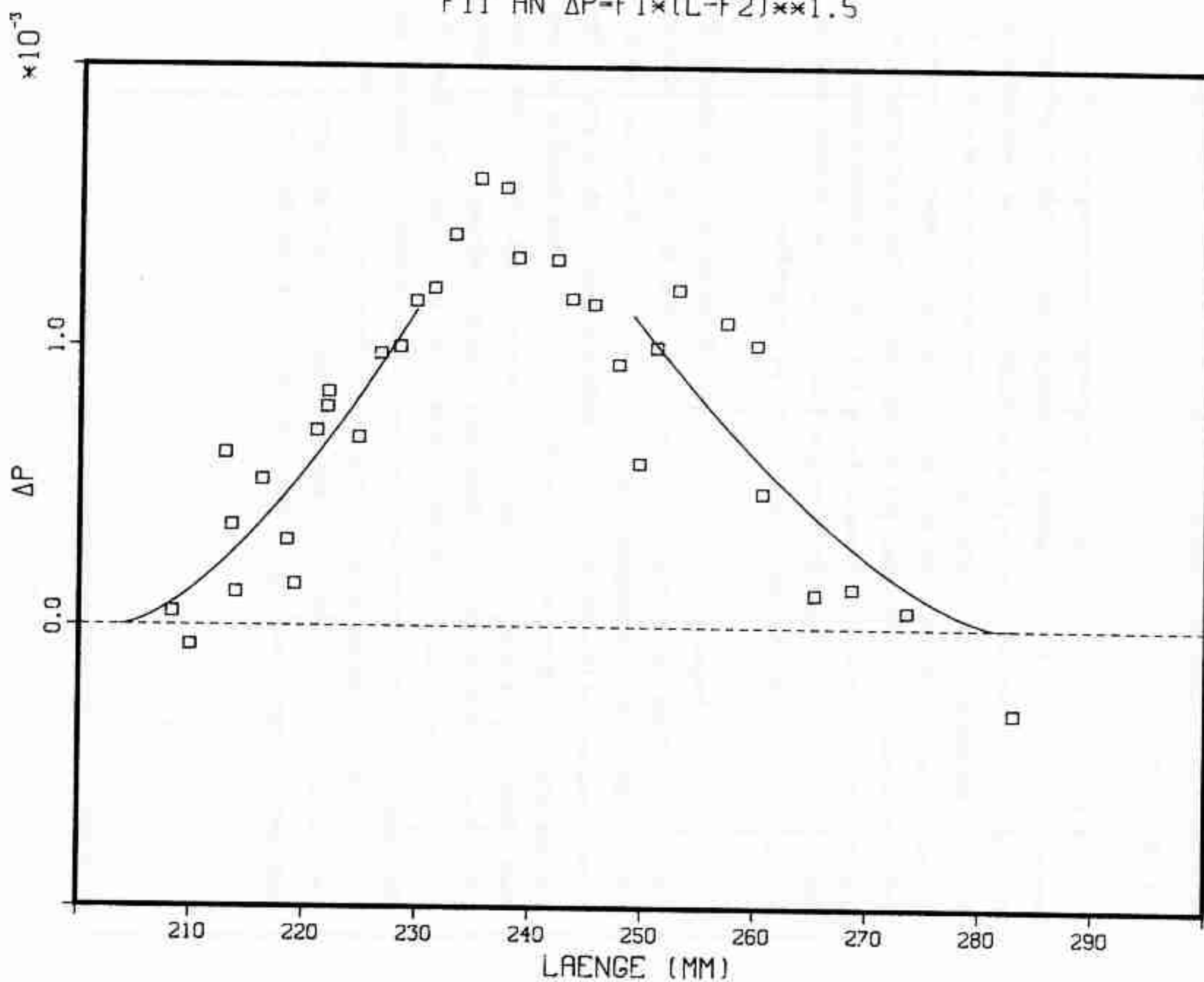
In Bild 21 ist die Breite des vermessenen Hysteresebereichs (gemessen als Druckdifferenz) gegen die entsprechende Länge aufgetragen. Diese sollte in der Nähe der kritischen Punkte wie eine semikubische Parabel zunehmen, die durchgezogenen Linien stellen eine Anpassung an diesen Kurvenverlauf dar. Es soll nun keinesfalls behauptet werden, daß die Anpassung überzeugend gut gelungen wäre. Die Schwankungen der Meßwerte sind zu groß, um Aussagen bezüglich eines mathematischen Modells zuzulassen. Diese Schwierigkeit könnte kleiner werden, wenn es gelänge, die Breite des Hysteresebereichs zu vergrößern.

Das ist in Messung Bild 22 geschehen. Es wurde der in Abschnitt 3.2 beschriebene Zusatzresonator verwendet. Die Anpassung in Bild 23 ist trotzdem nicht überzeugender ausgefallen. In der Nähe des kritischen Punktes ist die Schwankung der Meßwerte immer noch zu groß. Das Dilemma stellt sich so dar: In der Nähe des kritischen Punktes hat man eine Theorie, die aber nur lokal gilt. Wie groß nun "lokal" ist, ver- rät sie allerdings nicht. Die Messungen hingegen werden in der Nähe des kritischen Punktes beliebig schwierig, weil hier schon kleinste Störungen zu einem Springen der Frequenz führen können. Findet man nun keine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, ist die Theorie dadurch noch nicht erschüttert, man hat eben nur nicht genügend "lokal" gemessen. Diese Schwierigkeit hat also prinzipiellen Charakter.

GRENZEN DES HYSTERESEBEREICHS

FIT AN $\Delta P = F1 \times (L - F2) \times \times 1.5$

- Bild 21 -

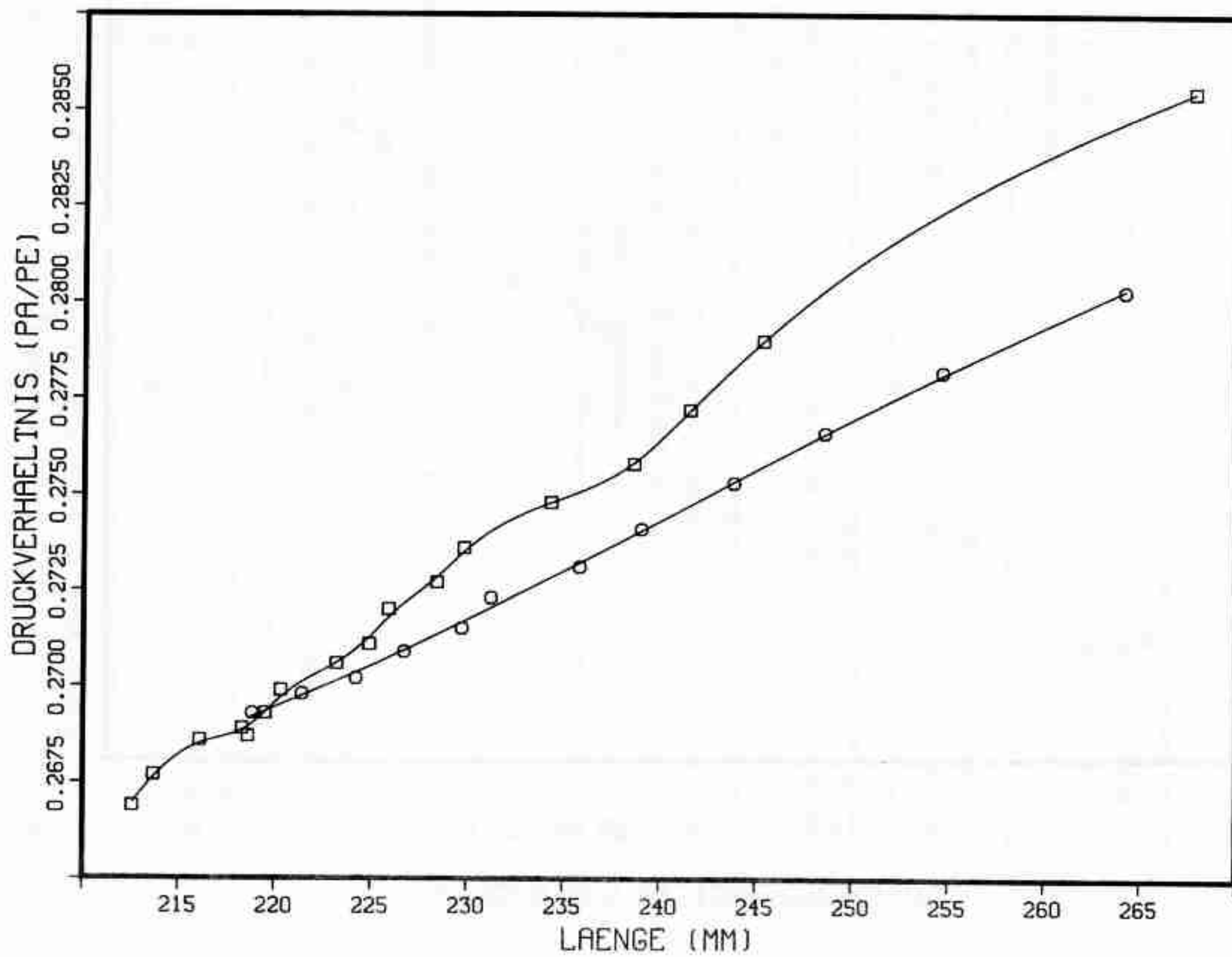


- 66 -

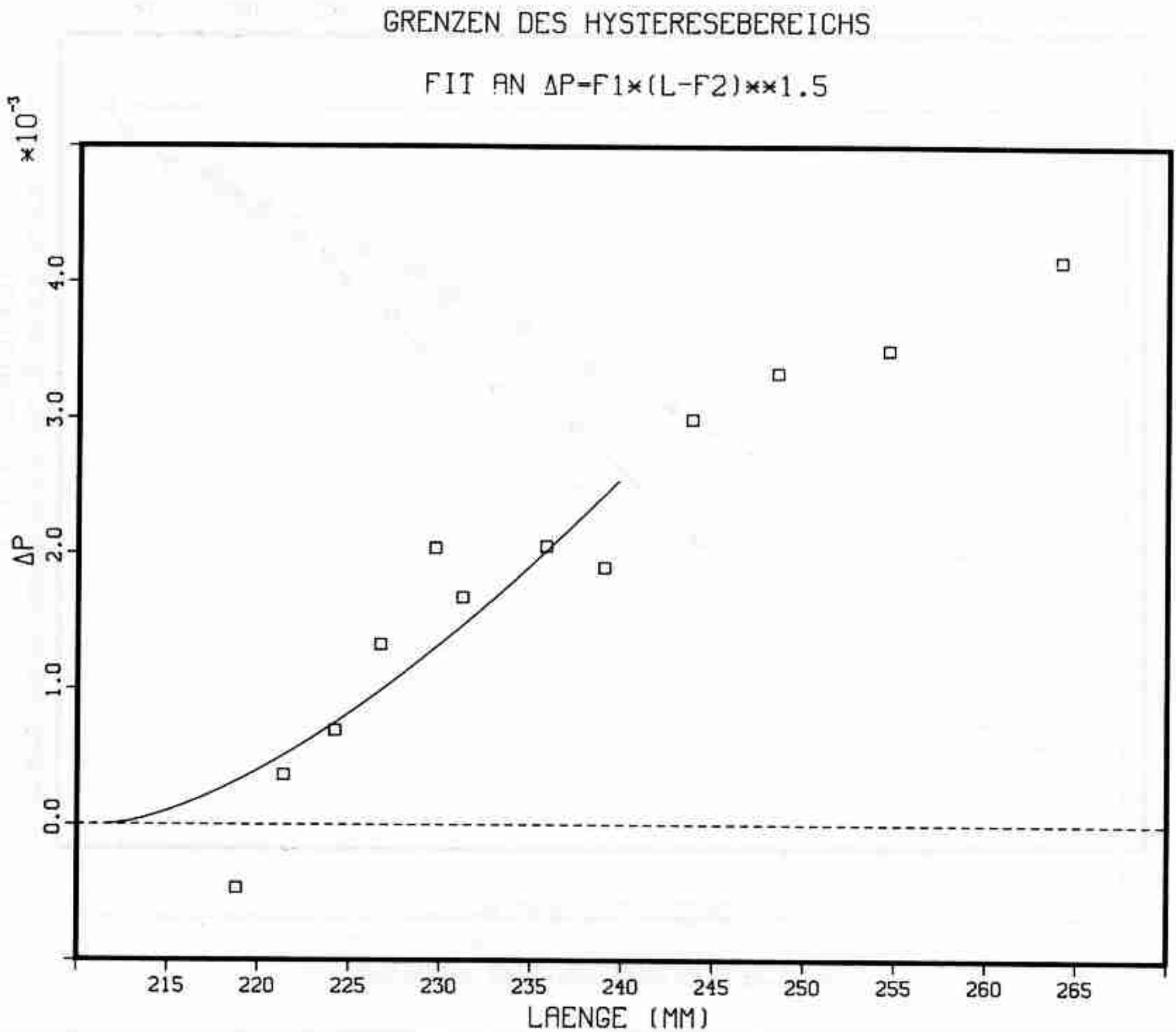
GRENZEN DES HYSTERESEBEREICHS

IN DER P-L EBENE

- Bild 22 -



- 67 -



- Bild 23 -

4. Mathematische Modelle zur Simulierung der Zieherscheinungen

Die Zieh- und Hystereseerscheinungen beim Schwingungsverhalten un-
 serer Totwasserschwingung sind eigentlich kein sehr überraschendes Er-
 gebnis, sondern sie entsprechen der physikalischen Vorstellung, daß ein
 schwingungsfähiges System mit einer definierten Eigenfrequenz sich
 durch Ankopplung eines weiteren Schwingkreises beeinflussen läßt. Dies
 Problem wurde vielleicht erstmalig in der Hochfrequenztechnik beschrie-
 ben, wo sich die Frequenz des Senders durch die angekoppelte Antenne
 ziehen läßt (siehe z.B. im Lehrbuch von Kauderer, 1958). Der Begriff
 der Spitzenkatastrophe wird an Hand elektrisch gekoppelter Schwingkrei-
 se eingeführt, weil diese Schwingungen dem Physiker oft besser bekannt
 sind als akustische. Darüber hinaus ist dieses Beispiel noch nicht in
 den Lehrbüchern über Katastrophentheorie erwähnt. Anschließend stelle
 ich zwei Modellgleichungen auf, die das Typische des Experiments simu-
 lieren sollen. Wesentlich an den Modellen ist, daß der akustische Re-
 sonator durch ein einfaches Zeitverzögerungsglied abgebildet wird. Das
 Kapitel endet mit einer Diskussion der numerisch erhaltenen Ergebnisse.

4.1 Gekoppelte elektrische Schwingkreise als Modellfall

Betrachten wir mit H. Pauli (1921) die Theorie der ungedämpften
 elektrischen Schwingungen an zwei induktiv gekoppelten Resonanzkreisen.
 Die von Pauli diskutierte Schaltung ist unten skizziert. Ein selbster-
 regter Schwingkreis ist hier mit einem passiven Resonanzkreis gekop-
 pelt. In der linearen Theorie wird die Röhre durch einen negativen Wi-
 derstand idealisiert. Pauli's Rechnung ermittelt lediglich die statio-
 nären Gleichgewichtszustände des Systems, also den Zustand, der sich
 nach Abklingen der Einschwingvorgänge einstellt. Dann "hängen die ent-
 stehenden Frequenz- und Amplitudenverhältnisse (z,y) nur von drei Ei-
 genschaften der beiden Kreise, ihrer Verstimmung, Kopplung und der Se-
 kundärdämpfung (x,k,d) ab". Diese Größen sind in geeigneter Weise ent-
 dimensionalisiert, für den genauen Rechengang sei auf das Original ver-

wiesen. Pauli's Ergebnisse für eine konstante Dämpfung $d=0,0447$ sind im nebenstehenden Bild 24 dargestellt:

Für verschwindende Kopplung wird die gemeinsame Frequenz der beiden Schwingkreise überhaupt nicht beeinflusst, sie bleibt für jede Verstimmung des Resonanzkreises auf dem Wert 1, der Frequenz des aktiven Schwingkreises. Die Verstimmung x in diesem Diagramm ist kleiner als 1, wenn die Frequenz des passiven Kreises kleiner als die des aktiven ist. Bei endlicher Kopplung kommt es in der Nähe der Gleichstimmung zu einer Frequenzbeeinflussung. Für eine Verstimmung, die kleiner als 1 ist, wird die Frequenz erhöht, wenn jedoch die Frequenz des passiven Kreises über der des aktiven liegt, wird die gemeinsame Schwingfrequenz kleiner als die des ungestörten selbsterregten Kreises. Für $x=0$, also die Gleichstimmung beider Kreise, ist selbstverständlich $z=1$ eine Lösung.

Für die Belange dieser Arbeit ist an dem Bild nun Folgendes interessant: Unterhalb eines bestimmten Kopplungsgrades ist die Frequenz eine eindeutige Funktion von x . Oberhalb der kritischen Kopplung ergeben sich jedoch zwei oder drei Werte von z als Lösung, ganz ähnlich zu der überhängenden Resonanzkurve der Duffing-Gleichung (siehe z.B. Holmes, Rand 1976). Welche der drei Lösungen sich einstellt, kann eine lineare Theorie nicht entscheiden, hier ist sogar eine Superposition der 3 Lösungen denkbar. Im Experiment beobachtet man jedoch auf Grund der nichtlinearen Glieder in der Schaltung, z.B. der nichtlinearen Röhrenkennlinie, in der Regel eine einfachperiodische Schwingung. Im Bereich der mehrdeutigen Lösung findet man Hysterese vor: Läßt man den Oszillator bei tief abgestimmtem Sekundärkreis anschwingen und erhöht dann kontinuierlich die Eigenfrequenz des passiven Kreises, erhöht sich zunächst die Frequenz des Schwingkreises. Spätestens dort, wo die Frequenzkurve von der dreideutigen zur eindeutigen Lösung übergeht, muß jedoch ein Frequenzsprung erfolgen. Bei anschließender Verminderung der Frequenz des passiven Kreises durchläuft man dann den oberen Ast der Kurve. Der mittlere Ast ist instabil und daher im Experiment nicht realisierbar. Er entspricht der von stationären Vorgängen her gewohnten Forderung, daß zwischen zwei stabilen Lösungen eine instabile lie-

ZIEHERSCHE INUNGEN GEKOPPELTER SCHWINGKREISE

$$L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt = M \frac{d^2 i_2}{dt^2}$$

$$L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = M \frac{d^2 i_1}{dt^2}$$

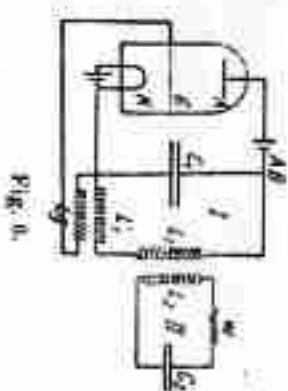
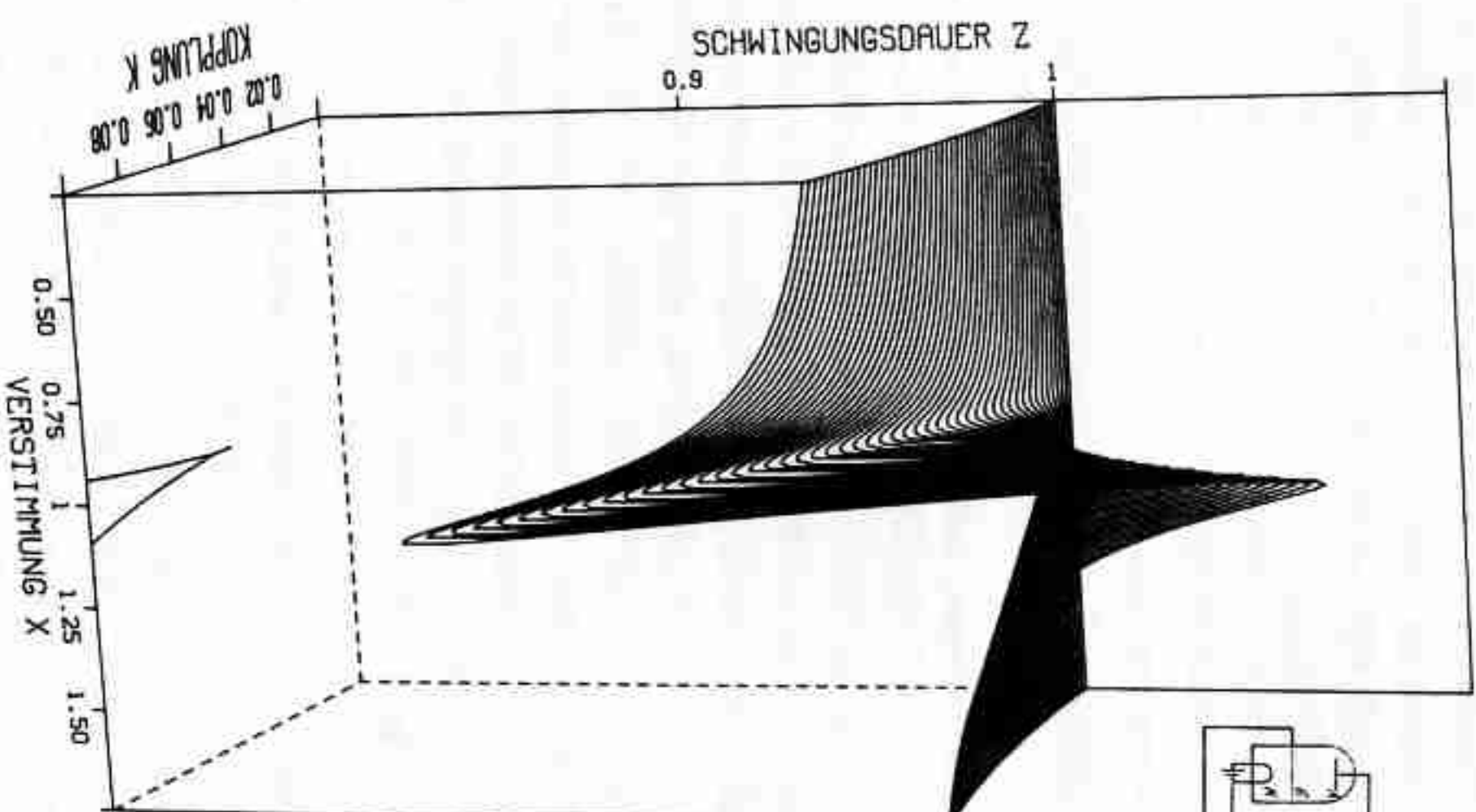


Fig. 6.



- Bild 24 -

gen muß.

Bei welchem Wert von k und x der Frequenzsprung erfolgt, hängt im Experiment in erster Linie von der Größe der vorhandenen Störungen ab. Aber auch bei infinitesimalen Störungen benötigt man zur Stabilitätsberechnung die nichtlinearen Glieder des Differentialgleichungssystems. Es ist nicht selbstverständlich, daß der Sprung nicht schon innerhalb des Dreideutigkeitsbereichs erfolgt. Eine genauere Analyse unter Berücksichtigung der nichtlinearen Glieder ist wohl erstmalig von Van der Pol (1922) durchgeführt worden.

4.2 Die Spitzenkatastrophe am Beispiel elektrischer Schwingkreise

Setzen wir einmal voraus, daß die Frequenzsprünge des gekoppelten Schwingkreises genau dort erfolgen, wo sie unumgänglich werden, nämlich dort, wo die Lösung von der Dreideutigkeit zur Eindeutigkeit übergeht. Unter dieser Annahme sind die Übergangspunkte in die x - k Ebene eingetragen. Man erkennt zwei Linien, die im Punkt $x=1$ und $k=0,0447$ spitz aufeinander zu laufen. Beim linken Kurvenzweig springt z von hohen zu niedrigen Werten, beim rechten Zweig vermindert sich die Frequenz sprunghaft. Der Betrag des Sprunges wird allerdings für abnehmende Kopplung immer kleiner, bis schließlich im kritischen Punkt überhaupt kein Sprung mehr stattfindet, hier ist lediglich die Steigung der Frequenzkurve unendlich groß.

Man sollte auch noch die folgende Eigenschaft im Bild 24 würdigen: Erhöht man x bei starker Kopplung k , wird sich die Periodendauer z bei einem bestimmten Wert von x unendlich erhöhen. Wenn man die Kopplung jedoch zunächst reduziert, dann x erhöht und anschließend die Kopplung wieder auf den alten Wert bringt, kann man den gleichen Endzustand auch auf stetigen Wege, also ohne Sprung erreichen. Dies Verhalten ist vom Phasendiagramm des Wassers gut bekannt: Durch geeignete Regelung von Dichte und Temperatur kann man die Substanz stetig, d.h. ohne Phasen-

übergang, vom flüssigen in den gasförmigen Zustand bringen.

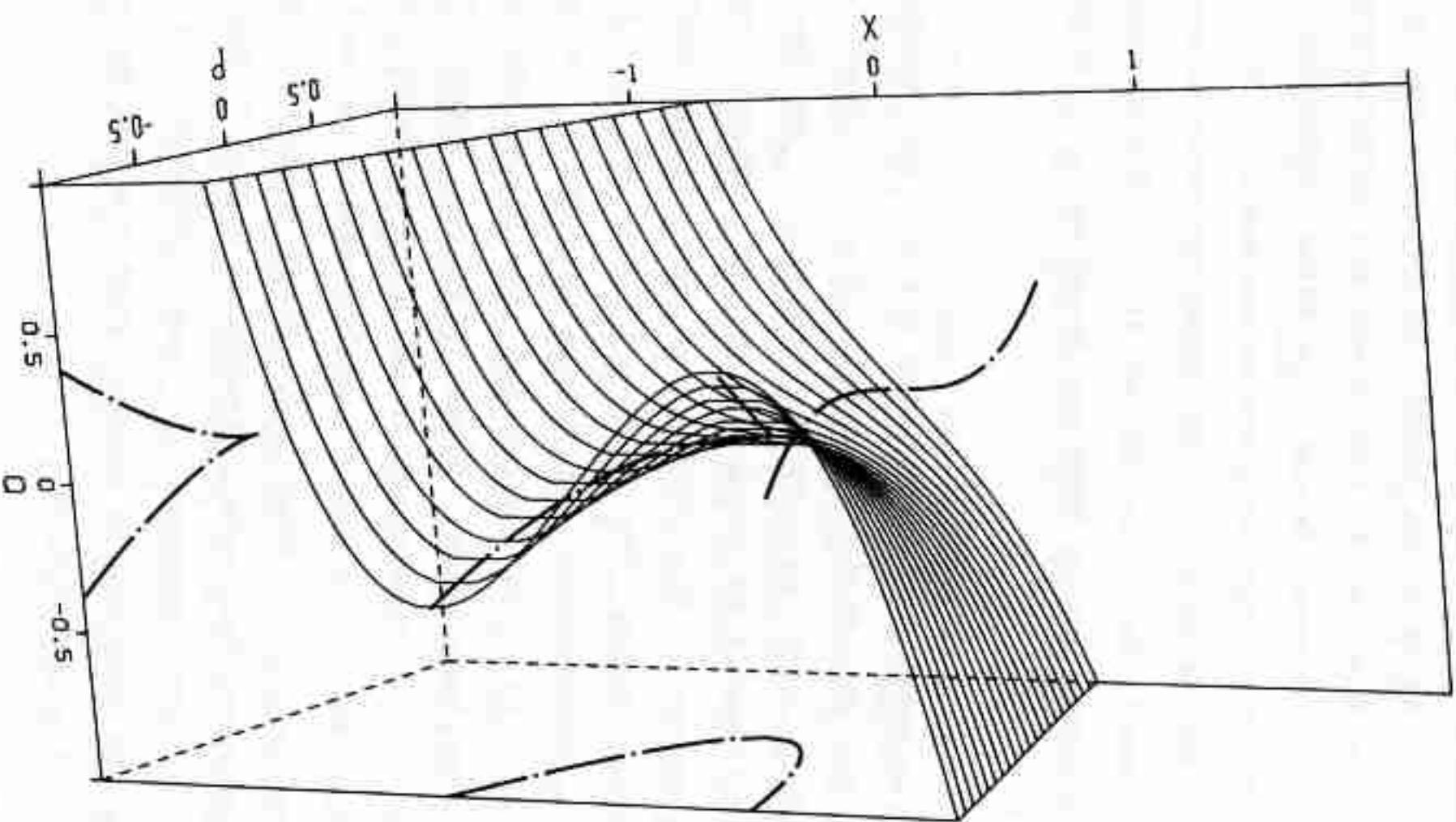
Das oben beschriebene Verhalten gekoppelter Schwingkreise stellt ein Beispiel für eine "Spitzenkatastrophe" dar. Bei diesem Wort handelt es sich um eine Übersetzung des Begriffs "cusp catastrophe", er stammt aus der von R.Thom begründeten Katastrophentheorie. Ein Verständnis dieser Theorie ist für das weitere Verständnis dieser Arbeit nicht notwendig, vor allem schon deshalb nicht, weil es laut Thom (in Haken 1977) weder eine Theorie ist noch etwas mit Katastrophen zu tun hat. Es genügt für unsere Zwecke, die Katastrophentheorie als ein Klassifikationschema für Singularitäten aufzufassen. Die Singularität, die wir im obigen Beispiel als Spitzenkatastrophe klassifizieren, ist die Linie mit unendlicher Steigung auf der zweidimensionalen Fläche $f(x,k,z)=0$ im dreidimensionalen Raum aus Verstimmung x , Kopplung k und Schwingungsdauer z .

Aus der Katastrophentheorie entnehmen wir die zur Beschreibung unerserer Messungen gut geeigneten Vokabeln (Poston, Stewart 1978). So heißt die Fläche $f(x,k,z)=0$ "catastrophe manifold", im deutschen ist wohl das Wort Verhaltensfläche gebräuchlich. Die Größen x und k werden Kontrollparameter genannt. Die Linie auf der Verhaltensfläche mit unendlicher Steigung heißt "fold curve". Sie ist im Bild 25, einer Darstellung der kanonischen Spitzenkatastrophe, eingezeichnet. Wichtiger als die "fold curve" selber ist ihre Projektion in die aus x und k gebildete Verhaltensfläche. Diese trägt den Namen "bifurcation set", ich werde von Verzweigungslinien (Plural) sprechen, denn vom Standpunkt des Experimentators handelt sich zunächst um zwei getrennte Linien mit unterschiedlicher Bedeutung. Diese beiden Linien schneiden sich bei der kanonischen Spitzenkatastrophe im Winkel 0 Grad. Die Faltenungskurve ist im dreidimensionalen Raum trotzdem eine stetige und glatte Kurve; um das deutlich zu machen, sind die Projektionen dieser Kurve im Bild 25 mit eingezeichnet.

Die Spitzenkatastrophe hat drei wichtige Eigenschaften, die man sich am Bild 25 noch einmal klar machen sollte.

CUSP CATASTROPHE

$$X^3 + P \cdot X + Q = 0$$



- Bild 25 -

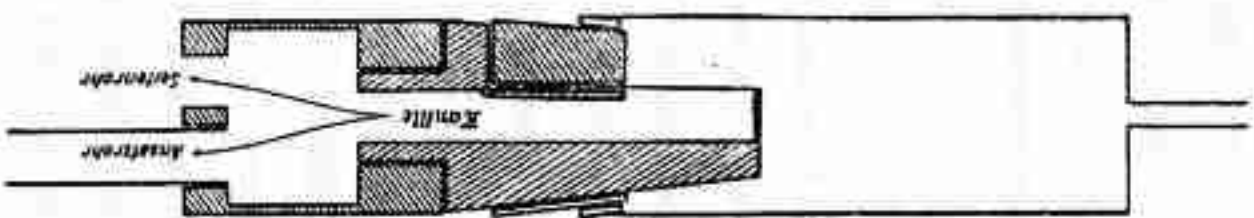
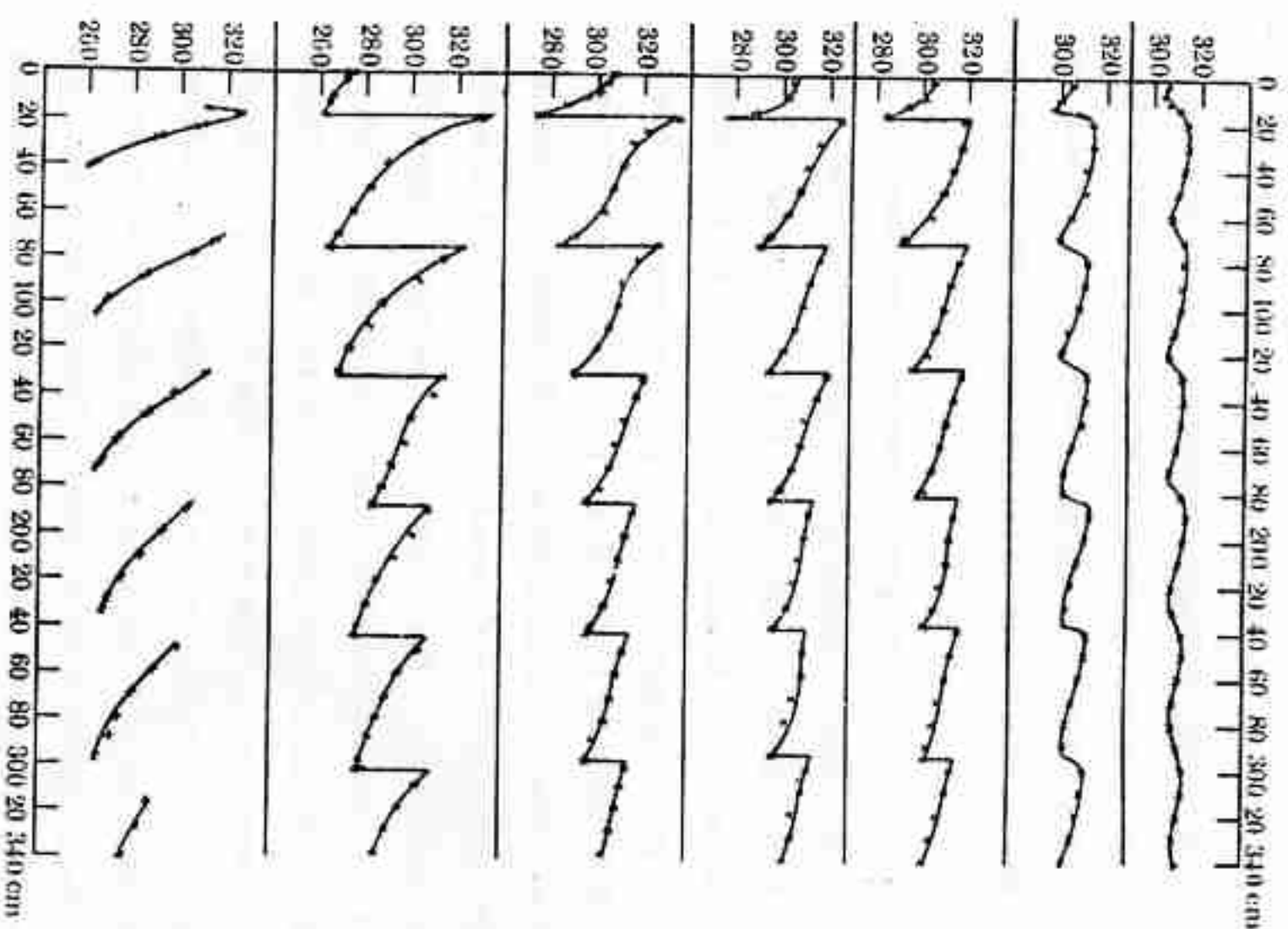
- 1) Stetige Veränderungen der Kontrollparameter können zu un stetigen Verhaltensänderungen (catastrophic jumps) führen.
- 2) Zwischen den Verzweigungslinien ist Hysterese feststellbar.
- 3) Divergenz: Auch bei gleichen Ausgangszustand können kleinste Abweichungen zwischen zwei Wegen im Kontrollparametererraum zu endlichen Abweichungen des Endzustands führen, nämlich dann, wenn der kritische Punkt zwischen den beiden Wegen liegt und der betrachtete Endpunkt im Hysteresebereich.

Darüber hinaus läßt sich noch ein qualitative Aussage gewinnen. Im Bild 25 wächst die Breite des Hysteresebereichs mit dem Abstand vom kritischen Punkt nach einem Potenzgesetz, und zwar mit der Potenz 1,5. Diese Aussage folgt sofort aus der Lösung der reduzierten kubischen Gleichung, deren Form im Bild mit angegeben ist. Was hat nun die kanonische kubische Gleichung mit unserem Problem zu tun? Es ist doch anzunehmen, daß dies durch eine viel kompliziertere Mathematik dargestellt werden muß. Trotzdem muß die Verhaltensfläche lokal wie die kanonische Spitzenkatastrophe aussehen. Zum Beweis entwickle man die Fläche in eine Potenzreihe um den kritischen Punkt, also um die Spitze herum. Dieser Punkt ist dadurch charakterisiert, daß in seiner Umgebung die Verhaltensfläche sowohl drei- als auch eindeutig ist. Dieses Verhalten läßt sich nur durch eine Potenzreihe realisieren, die mindestens bis zur dritten Ordnung geht. Die kanonische Form dieser kubischen Gleichung erhält man dann durch eine lineare Transformation des Koordinatensystems. Konkrete Beispiele für den skizzierten Rechengang finden sich in dem Lehrbuch von Poston und Stewart (1978).

4.3 Begründung der beiden Modellgleichungen

In den Experimenten von H.Vogel (1920) zeigten sich an einer Zungenfeife mit variabler Pfeifenlänge qualitativ die gleichen Erscheinungen wie bei unserer Totwasserschwingung. Die Tonhöhe wird durch den Resonator gezogen, und bei genügend starker Kopplung kommt es zu Hystereseerscheinungen. Im Bild 26 sind einige Ergebnisse von Vogel darge-

stellt.



- Bild 26 -

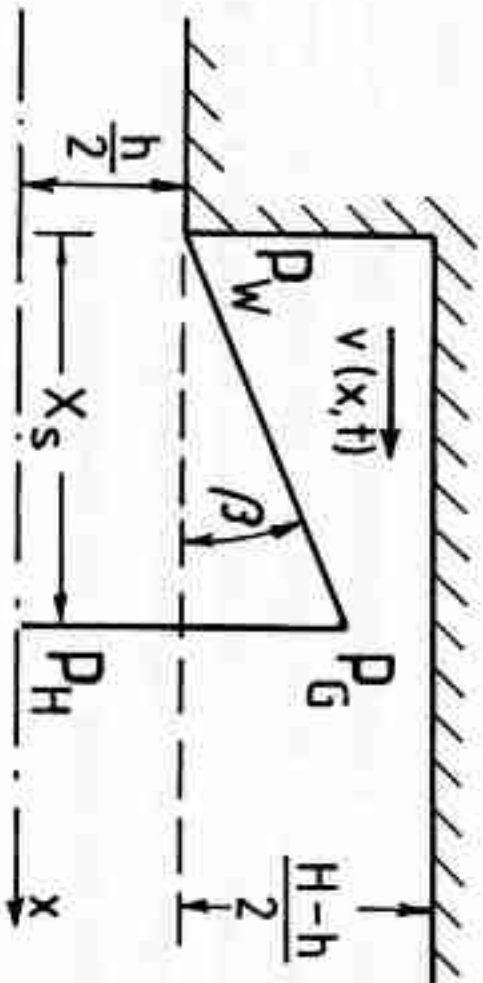
Es handelt sich um die Darstellung der gemessenen Tonfrequenzen gegen die Länge des Resonators. Die Kurven unterscheiden sich durch den Grad der Resonatorkopplung. Eine feste Kopplung wird durch das Verschließen des Seitenrohres, eine lose durch Öffnen desselben bewirkt. Für eine genauere Beschreibung des Experiments sei auf das Original verwiesen.

Nun ist eine Zungenpfeife in ihrem Schwingungsmechanismus von der Totwasserschwingung sicher sehr verschieden, wenn sich trotzdem die gleichen Erscheinungen einstellen, spielt möglicherweise dieser Mecha-

nismus gar keine entscheidende Rolle. Man darf eher annehmen, daß der akustische Resonator, das Rohr, das wesentliche Element darstellt. Dieser Gedanke ist der Ausgangspunkt für die Modellgleichungen. Daher wird die Modellierung des Schwingers nicht sehr detailliert ausgeführt. Stattdessen bestimmt die Forderung nach Einfachheit die Wahl der verwendeten Gleichungen. Der Resonator hingegen wird recht exakt abgebildet, nämlich in der Näherung der Leitungstheorie.

Der wesentliche Schritt bei der Modellierung des Experiments ist die Auftrennung in ein selbsterregtes Schwingungssystem und einen akustischen Resonator. Sie ist durch die experimentelle Untersuchung mit dem reflektionsarmen Rohr begründet. Es wurde gezeigt, daß die Totwasserschwingung eine definierte Frequenz und Amplitude besitzt, die sich durch das anschließende Rohr nur in gewissen Grenzen ziehen läßt. Es gibt also einen Schwingungsmechanismus, der den Stoß im Rohr entlang der Rohrachse schwingen läßt. Der Druck stromabwärts des Stoßes ändert sich dabei periodisch. Diese Druckänderung produziert eine Schallwelle, die durch das Rohr wandert und am Rohrende teilweise abgestrahlt wird. Bei endlichem Reflektionsvermögen des Rohrabchlusses wird jedoch die reflektierte Schallwelle stromaufwärts in das Rohr zurücklaufen (z.B. Ronneberger 1967). Ein Teil dieser Welle wird sich in dem Verdichtungsstoß totlaufen, ein anderer Teil kann aber auch über die wandnahe Schicht den Druck im Totwasser beeinflussen. Der Resonator wirkt also lediglich als Zeitverzögerungsglied für Drucksignale, und die verzögerten Drucksignale greifen in den Schwingungsmechanismus ein. Es ist zu vermuten, daß diese den Mechanismus sowohl begünstigen als auch stören können, je nach der Schwingungsphase, in der sie eintreffen.

Um zu entscheiden, welche Laufzeit für eine Verstärkung der Schwingung die günstigste wäre, müßte man allerdings eine Vorstellung vom Mechanismus des Schwingvorgangs haben. Hier sei auf die Arbeit von G. Grabitz verwiesen, deren Vokabular ich im folgenden übernehme. Das untenstehende Bild 27 stammt aus dieser Arbeit. Der Stoß, in der Zeichnung als gerade Linie idealisiert, stellt ein Ventil für Druckausbreitung dar, denn stromaufwärts des Drucks herrscht Überschallge-



- Bild 27 -

schwindigkeit. Die schwingungserhaltende Rückkopplungsschleife muß sich also über die wandnahe Schicht schließen, in der kein Stoß vorhanden ist. Der Schwingungsmechanismus sieht also grob vereinfacht so aus:

Eine Änderung des Stoßendrucks p_H führt zu einer Änderung von p_G , dem Druck in der Nähe der Wand. Dieser setzt dann eine Strömung in Bewegung, die zu einer Änderung der Totwasserdruckmasse führt. Infolgedessen ändert sich der Totwasserdruck. Das führt zu einer Veränderung des Strahlöffnungswinkels und zu einer Veränderung des Stoßendrucks, die Rückkopplungsschleife ist geschlossen.

Da die Experimente von Vogel gezeigt haben, daß die Ziehersehnungen auch bei Zungenpfeifen auftreten, ist es vielleicht zur Modellierung dieses Effekts gar nicht nötig, auf das recht detaillierte Grabitz'sche Modell zurückzugreifen. Stattdessen modelliere ich den Schwinger durch die einfachste selbsterregte Differentialgleichung, die Van der Pol-Gleichung.

$$\ddot{A} + \mu(A^2 - 1)\dot{A} + A = 0$$

Nach Streichung des quadratischen Terms sollte man hierin die lineare Schwingungsgleichung erkennen, die je nach dem Vorzeichen von μ entweder angefacht oder gedämpft ist. Die intensive Erforschung dieser Gleichung ist gerechtfertigt durch den Satz, daß sich zahlreiche Schwingungssysteme bei genügend starker Vereinfachung auf diese Gleichung re-

duzieren lassen. Die Vereinfachung besteht in einer Reihenentwicklung der nichtlinearen Glieder in dem Anfangsterm, wobei höhere als quadratische Terme vernachlässigt werden. Die Entwicklung beginnt mit dem quadratischen Term statt des linearen, damit die Schwingung symmetrisch um die Gleichgewichtslage herum erfolgt.

Darüber hinaus möchte ich es nicht bei diesem einen Modell belassen, sondern greife noch zu einem zweiten, welches ebenfalls durch die Arbeit von Grabitz angeregt ist. Es scheint mir wesentlich, daß der Totwasserdruck p_W dem Stoßendruck p_H erst mit einer gewissen Zeitverzögerung folgt. Es muß zunächst genügend Masse durch die enge wandnahe Schicht aus dem Totwasservolumen herausgesaugt worden sein. Eine Zeitverzögerung anderer Art kommt dadurch zustande, daß die von p_H ausgehende Druckstörung sich ohnehin nur mit Schallgeschwindigkeit ausbreitet. Als Modell für den selbsterregten Schwinger wird eine Gleichung vom Typ

$$\ddot{A}(t) + A(t-t_1) + A(t)^3 = 0$$

herangezogen. Unter der Größe A mag man sich z.B. den Stoßendruck vorstellen. Dann besagt diese Gleichung:

Der Stoßendruck reagiert im Moment darauf, wie groß er vor einer Zeitspanne t_1 gewesen ist. Das Modell ist zur Beschreibung der Totwassererschwingung wohl nicht adäquat, denn Grabitz hat gezeigt, daß sich auch ohne Berücksichtigung der Schallaufzeit t_1 die selbsterregten Schwingungen simulieren lassen. Für andere Typen von Strömungsschwingungen hingegen zieht man zur Erklärung die endliche Schallgeschwindigkeit heran, z.B. beim Auftreffen eines Überschallfreistahls gegen eine senkrechte Wand (siehe den Übersichtsartikel von Jungowski 1978). Hier ist eine Modellierung nach Art der obigen nichtlokalen Differentialgleichung naheliegend. Der nichtlineare Term sorgt ähnlich wie bei der Van der Pol'schen Gleichung dafür, daß die Amplitude der Schwingung nicht über alle Grenzen hinaus anwächst.

Warum beschäftigen wir uns mit einer Schwingungsgleichung, die wir

gar nicht als adäquat zur Modellierung des Experiments ansehen? Es gibt zwei Gründe. Weil bei zwei grundverschiedenen Schwingern die gleichen Hystereerscheinungen bei Ankopplung eines Resonators auftreten, wird die Vermutung bestärkt, daß es auf die Details des Schwingungsmechanismus gar nicht ankommt; dies wurde ja auch schon durch die beiden Experimente nahelegt. Darüber hinaus wird der Umgang mit Zeitverzögerungstermen bei der Modellierung des Resonators ohnehin erforderlichlich, so daß man die Beschäftigung mit selbsterregten Schwingungen solcher Gleichungen auch als notwendige Vorstudie auffassen kann. Das nächste Kapitel beschreibt diese Studien. Es wird gezeigt, daß Zeitverzögerungen im Prinzip schon ausreichen, um selbsterregte Schwingungen anzufachen.

4.4 Hopf-Verzweigung einer Differentialgleichung mit Zeitverzögerungsterm

In diesem Abschnitt werden Differentialgleichungen vom Typ

$$dA(t)/dt = A(t-t_1) + \text{nichtlineare Glieder} \quad (1)$$

behandelt. Für die Diskussion verwende ich Vokabeln aus der Stabilitätstheorie wie sub- und superkritische Bifurkation, Hopf-Bifurkation und lineare Stabilitätstheorie. Die Bedeutung dieser Begriffe weicht bei verschiedenen Autoren etwas voneinander ab, ich verwende die Terminologie von Joseph (1976). Gleichungen vom Typ (1) sind naheliegend für die Modellierung selbsterregter strömungsakustischer Schwingungen, wenn man die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls bedenkt. Jedoch sind sie meines Wissens zu diesem Zweck noch nicht herangezogen worden. Darüber hinaus sind diese sogenannten nichtlokalen Differentialgleichungen auch sonst recht wenig bekannt, so daß zunächst einige allgemeine Bemerkungen gemacht werden sollen.

In der englischsprachigen Literatur nennt man Differentialgleichungen vom Typ (1) "difference-differential equations", im Russischen taucht der Begriff "Differentialgleichung mit abweichendem Argument" auf. Mathematisch gesehen sind sie ungleich komplizierter als gewöhnliche Differentialgleichungen, denn sie haben unendlich viele Freiheitsgrade. Das heißt, daß die Lösung durch die Angabe von endlich vielen Anfangsbedingungen nicht festgelegt ist. Um die Zeitentwicklung berechnen zu können, benötigt man die Werte von A im gesamten Zeitintervall t_1 , also unendlich viele. Den gleichen Sachverhalt sieht man auch sofort ein, wenn man $A(t-t_1)$ in eine Taylorreihe entwickelt:

$$A(t-t_1) = \sum_{n=0}^{\infty} (-t_1)^n / n! d^n A(t) / dt^n$$

Gerade die Existenz von unendlich vielen Freiheitsgraden gibt diesen Gleichungen eine etwas größere Ähnlichkeit mit den Navier-Stokes Gleichungen, als sie z.B. das Lorenz-Modell (1963) aufweist. Einige Autoren greifen daher zum Studium nichtperiodischer Erscheinungen lieber auf nichtlokale Differentialgleichungen zurück (Farmer 1982), besonders auch weil die numerische Integration nicht aufwendiger ist als die von einfachen Differentialgleichungen. In den Ingenieurwissenschaften spielen die nichtlokalen Gleichungen eine Rolle bei der Beschreibung von Regelschwingungen, denn jeder Regler reagiert mit einer gewissen Zeitverzögerung. Ein bekannteres Beispiel stellt die Dämpfung von Schiffsbewegungen vermittelt eines aktiven Schlingertanks dar (siehe Minorsky 1962). Im volkswirtschaftlichen Bereich hat man versucht, Konjunkturschwankungen mit ähnlichen Modellen zu beschreiben. Physikalisch interessant ist wohl noch das "Zweikörperproblem der Elektrodynamik", wo es um die Wechselwirkung zweier geladener Teilchen unter Berücksichtigung der retardierten Potentiale geht. Für weitere Anwendungen von Verzögerungsgleichungen sei auf das Lehrbuch von Driver (1972) verwiesen. Die größte Rolle spielen diese Gleichungen vielleicht in der mathematischen Biologie zur Beschreibung von Populationschwankungen (Lotka-Volterra Gleichungen, siehe z.B. Haken: Synergetics). Eine andere biologische Anwendung ist ein Modell für

Blutproduktion im Körper; bemerkenswert an einem solchen Modell (Mackey, Glass 1977) ist, daß es für große Zeitverzögerungen zu chaotischen, d.h. nichtperiodischen Fluktuationen der Konzentration der roten Blutkörperchen kommt. Bei Leukämie soll dieses Verhalten tatsächlich auftreten.

Diskutieren wir die Gleichung (1) eingehender. Zunächst ist festzustellen, daß sie durch

$$A(t)=0$$

gelöst wird, unabhängig von dem Wert von t_1 . Für kleine Werte dieses Parameters ist das die einzige Lösung. Zum Beweis entwickle man $A(t-t_1)$ in eine Taylorreihe um den Punkt t .

$$A(t-t_1) = A(t) - A'(t)t_1 + A''(t) \frac{t_1^2}{2} + \dots$$

Für kleine t_1 kann man die quadratischen und höheren Terme vernachlässigen, dann ergibt sich eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung. Diese ist nicht schwingungsfähig, denn die Steigung A' hat das gleiche Vorzeichen wie A . Bei einem schwingenden Vorgang muß jedoch für gleiche Elongation A zu einem Zeitpunkt eine positive, zur anderen Zeit eine negative Steigung vorhanden sein.

Für größere Werte der Verzögerungszeit sind jedoch die höheren Glieder der Taylorentwicklung nicht mehr vernachlässigbar, mehr und mehr Freiheitsgrade der Gleichung kommen ins Spiel. Die Verzögerungszeit t_1 spielt also die Rolle eines Bifurkationsparameters, mit dessen Anwachsen wir eine steigende Anzahl von Lösungen der Gleichung (1) erwarten. Eine exakte Rechnung können wir freilich nur für die erste Verzweigung in eine periodische Lösung durchführen, dabei bedienen wir uns einer linearen Stabilitätsrechnung, der Methode der kleinen Schwingungen. Hierbei wird die Lösung, deren Stabilität untersucht werden soll (in unserem Fall $A=0$), von der betrachteten Gleichung subtrahiert, der verbleibende Rest linearisiert und auf neutrale Lösungen unter-

sucht. Neutrale Lösungen sind solche, die weder zeitlich anwachsen noch gedämpft sind. Für eine leicht verständliche Einführung in die Stabilitätstheorie siehe Rehberg (1981).

Zur Durchführung der Methode der kleinen Schwingungen ziehe ich einen Spezialfall von (1) heran:

$$dA(t)/dt = -A(t-t_1) - A(t)^3 \tag{2}$$

Dabei soll das das Minuszeichen vor der verzögerten Amplitude an die Phasenumkehr am offenen Rohrende erinnern, während der negative nicht-lineare Term zur Amplitudenbeschränkung notwendig ist. Ich habe die dritte Potenz gewählt, um symmetrische Schwingungen bezüglich des Gleichgewichtswerts zu ermöglichen. Darüber hinaus sollte man das nichtlineare Glied als abgebrochene Taylorreihe auffassen, um den Vorwurf zu entkräften, Gleichung (2) sei zu speziell und zu willkürlich. Nach Subtraktion der Gleichgewichtslösung und Linearisation ergibt sich:

$$dA(t)/dt = -A(t-t_1) \cdot$$

Da wir nach neutralen Lösungen suchen, ist ein Ansatz

$$A(t) = \sin(f t)$$

gerechtfertigt. Einsetzen führt auf

$$f \cos(f t) = -\sin(f t - f t_1) \cdot$$

Daraus folgt sofort $f=1$, die Frequenz f am kritischen Punkt ist also

$$f = f / 2\pi = 0,159 \dots$$

Für t_1 ergeben sich unendlich viele Lösungen im Abstand von 2π , wobei

$$t_1 = \pi/2 = 1,570\dots$$

der kleinste positive Wert ist, für den eine nichttriviale Lösung $A(t)$ existiert. Weitere Verzweigungen der Gleichung finden sich bei den Werten

$$t_1 = 5\pi/2, \quad t_1 = 9\pi/2 \text{ usw.},$$

diese sind weniger wichtig, weil an diesen Punkten jeweils nur die triviale Lösung

$$A(t) = 0$$

instabil gegen kleine Schwingungen wird. Die triviale Lösung ist aber bei diesen höheren Verzweigungswerten ohnehin schon instabil. Auf die stabile Schwingung wirken sich die neu abzweigenden Lösungszweige jedoch nicht aus. Das heißt nun nicht, daß diese Verzweigungswerte bedeutungslos sind. Man erwartet, daß sich oberhalb von

$$t_1 = 5\pi/2$$

mindestens zwei stabile Lösungen einstellen können. Um diese Doppeldeutigkeit zu vermeiden, ist t_1 im folgenden stets kleiner als dieser kritische Wert.

Mit diesen Rechnungen ist gezeigt, daß die stationäre Lösung instabil wird; eine Diskussion der Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität der abzweigenden Lösung in der Nähe des kritischen Punktes findet sich bei Hale (1979) und Ruiz-Claeyssen (1976). Analytisch ist leider kaum mehr als das bisher Gesagte über die Gleichung (2) bekannt, daher werden wir nun auf numerische Hilfsmittel zurückgreifen müssen.

4.5 Numerische Integration der Modellgleichungen

Die nichtlinearen Modellgleichungen für die Totwasserschwingung mit angekoppeltem akustischen Resonator sind analytisch nicht lösbar. Alle weiteren Ergebnisse wurden mit Hilfe numerischer Integration gewonnen. Dabei fand das Runge-Kutta Verfahren Anwendung. Gerechnet wurde mit einfachgenauen Gleitkommazahlen auf einem VAX11/750, also einer Maschine mit 32 Bit.

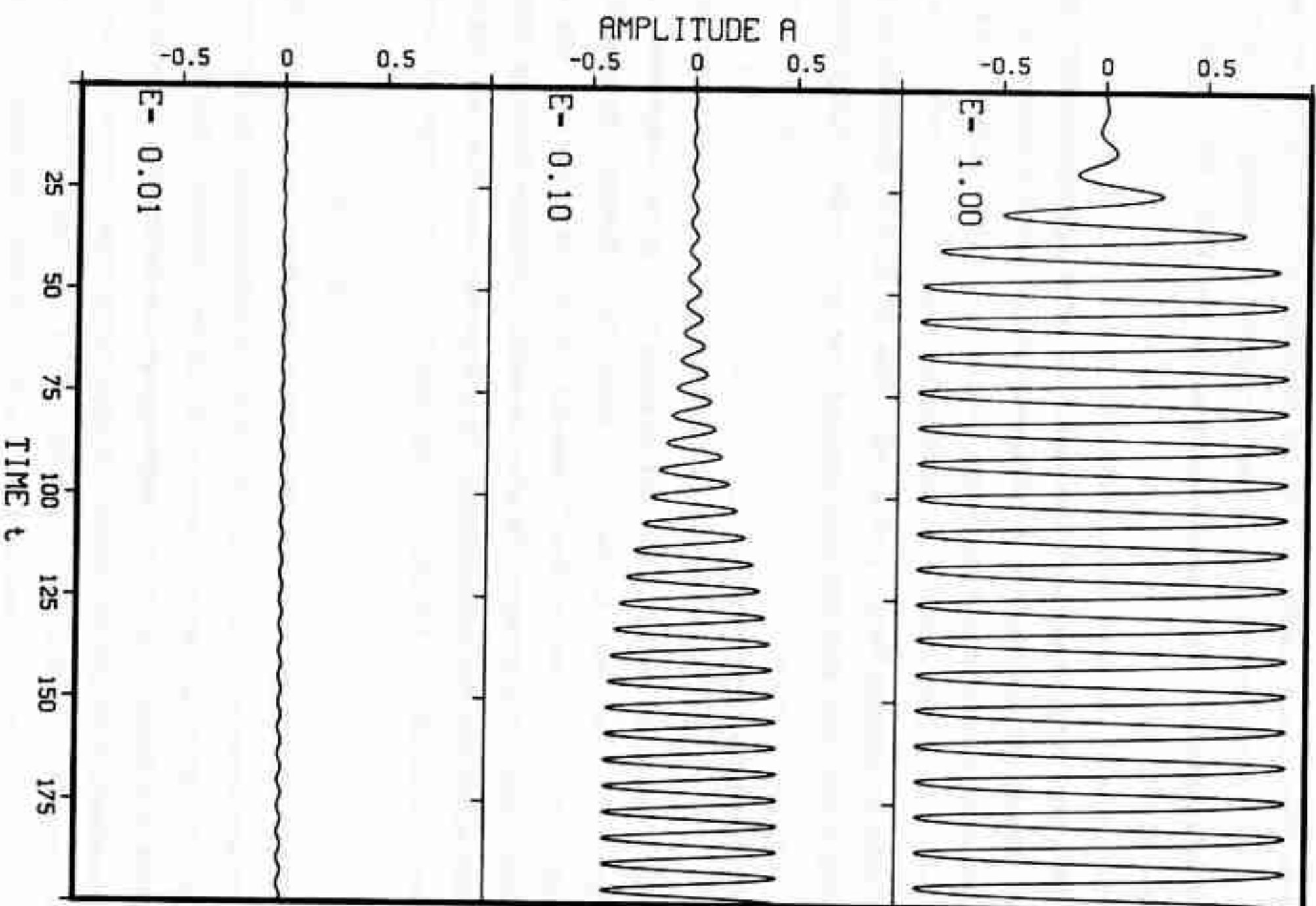
Bild 28 zeigt drei numerisch gewonnene Einschwingvorgänge für das im letzten Abschnitt begründete Schwingemodell. Der Startwert ist in allen Fällen eine kleine negative Größe (-0,001). Die Bilder unterscheiden sich lediglich durch die Zeitverzögerung t_1 , die jedoch stets größer als der kritische Wert ($\pi/2$) ist. Die im Bild E genannte Größe ist ein dimensionsloses Maß für den Abstand vom kritischen Punkt gemäß:

$$E = (t_1 - t_{krit}) / t_{krit}$$

Das Bild soll deutlich machen, daß der Grenzzyklus um so langsamer erreicht wird, je näher man an den kritischen Punkt kommt. Dieses Verhalten wird "critical slowing down" genannt, es macht nicht nur dem Experimentator das Leben schwer (Pfister, Gerdtz; Pfister, Rehberg 1981), sondern eben auch der Rechenmaschine. Die Rechenzeiten bis zum Erreichen einer stationären Lösung divergieren in der Nähe des kritischen Punktes.

Es sollen im folgenden keine Einschwingvorgänge mehr betrachtet werden, stattdessen interessieren nur noch die Frequenz und die Amplitude des stationären Zustands. Wenn sich diese beiden Größen nicht mehr wesentlich ändern, geht das Rechenprogramm davon aus, den stationären Endzustand erreicht zu haben. Dieses Kriterium versagt in der Nähe der superkritischen Verzweigung, weil die Amplitudenänderungen dort wegen des "critical slowing down" auch dann sehr langsam erfolgen, wenn die Amplitude noch endlich weit von der Gleichgewichtslage entfernt ist. Man kann diese Schwierigkeit durch eine Mindestgrenze der

$$dR/dt = -R(t-t_1) - R^2$$

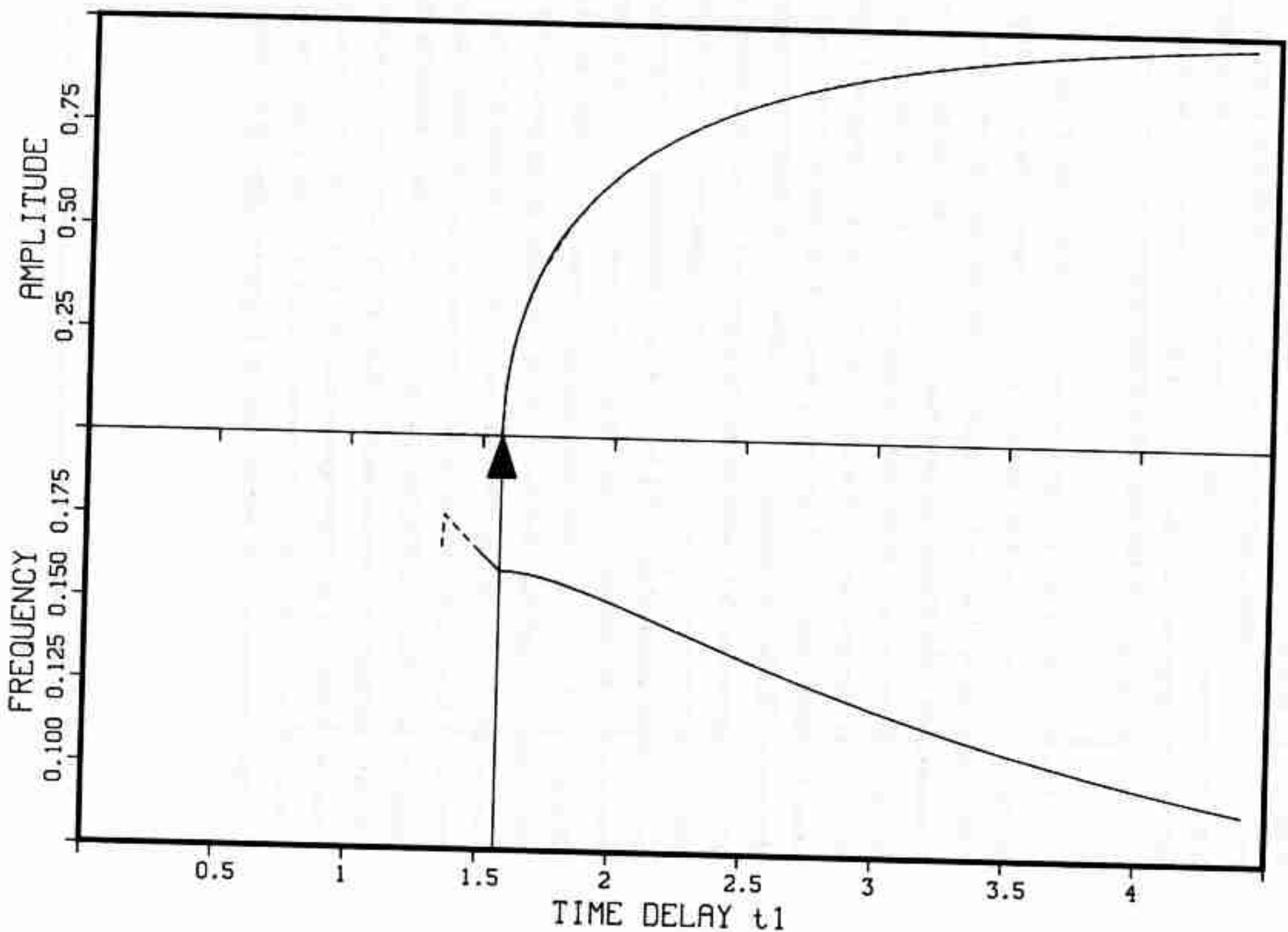


- Bild 28 -

Rechenzeit umgehen, der Algorithmus muß z.B. mindestens 100 Schwingungen durchlaufen haben, bevor Amplitude und Frequenz als signifikant akzeptiert werden. Eine Prüfung der Genauigkeit des erreichten Endwertes ist dadurch gegeben, daß man sich sowohl von großen als auch von kleinen Schwingungsamplituden dem Endzustand nähert.

Das soll an Bild 29 erläutert werden. Hier sind Frequenz und Amplitude für verschiedene Werte der Zeitverzögerung t_1 dargestellt. (Amplitude meint hier und im folgenden den halben Abstand vom Elongationsmaximum zum Elongationsminimum, nicht die Amplitude der enthaltenen Sinusschwingung.) Dabei wurde zunächst ein kleiner Wert von t_1 gewählt, der entsprechende vermeintliche Gleichgewichtszustand berechnet, dann t_1 erhöht usw.. Die so erhaltenen Ergebnisse sind mit der durchgezogenen Linie verbunden. Anschließend wurde dasselbe Verfahren bei kleiner werdender Zeitverzögerung durchgeführt. Der Startwert bei einem neuen Wert von t_1 ist jeweils die Gleichgewichtslösung des vorherigen Verzögerungswertes. Die bei kleiner werdenden Verzögerungszeiten gewonnenen Ergebnisse sind durch eine gestrichelte Linie verbunden. Diese ist im Bild 29 unter der durchgezogenen Linie kaum zu erkennen, was beweist, daß das Rechenverfahren genügend genau gearbeitet hat und die Integration nicht zu früh abbrach. Darüber hinaus hat das Verfahren, alle Gleichgewichtswerte bei steigender und fallender Zeitverzögerung zu berechnen, natürlich den Vorteil, daß eine eventuelle Hysterese leicht aufgespürt werden kann. Sie äußert sich dann in einer Diskrepanz zwischen der durchgezogenen und der gestrichelten Linie, die auch durch Vergrößerung der Rechenzeit nicht kleiner wird. Beispiele für solche Hysteresekurven werden uns im folgenden Abschnitt begegnen.

$$dA/dt = -A(t-t_1) - A \times \times 3$$



- Bild 29 -

4.6 Ziehererscheinungen bei Ankopplung eines Resonators

In den letzten beiden Abschnitten wurde ein selbsterregter Oszillator vorgestellt, dessen Schwingmechanismus auf einer Zeitverzögerung beruht. Er mag als Modell für strömungsakustische Schwingungen dienen, bei denen die endliche Laufzeit des Schalls eine Rolle spielt. Als Beispiel kommen alle Schwingungen in Betracht, für die sich die Einführung der Helmholtzzahl als erfolgreich herausstellt, so etwa der "screach noise" eines Überschallfreistrahls (z.B. Jungowski 1979). Für unsere Totwasserschwingung hingegen ist dieser Laufzeiteffekt wohl nicht der wesentliche, denn das Grabitz'sche Modell kommt ohne Berücksichtigung der Schallgeschwindigkeit aus. Vielmehr spielt hier die endliche Zeit eine Rolle, die benötigt wird, um das Totwasser zu füllen bzw. zu entleeren, und das ist vom Charakter her eher eine Massenträgheit. Der einfachste selbsterregte träge Schwinger wird durch die Van der Pol-Gleichung beschrieben. Es soll nun festgestellt werden, wie diese beiden Prototypen sich unter dem Einfluß eines angekoppelten Resonators verhalten. Dabei ist das im Abschnitt 4.1 behandelte Schwingkreismodell nicht brauchbar, denn dieses besitzt nur eine einzige Resonanzfrequenz. Unser akustischer Resonator hingegen verfügt über beliebig viele Resonanzfrequenzen gemäß der Anzahl seiner Schwingungsmoden (für ein Demonstrationsexperiment hierzu siehe z.B. das Lehrbuch von Meyer/Neumann). Diese ergeben sich zwanglos, wenn man den Resonator als Zeitverzögerungsglied beschreibt. Das ist nun kein stark abstrahierender Ansatz, er folgt vielmehr aus der Leitungstheorie des Schalls in Röhren und enthält keine zusätzlichen Vereinfachungen. Man setzt lediglich voraus, daß der Schall sich durch die Wellengleichung

$$\partial^2 p / \partial x^2 = 1/c^2 \partial^2 p / \partial t^2$$

beschreiben läßt und die ebene Welle im Rohr eine brauchbare Näherung darstellt:

$$p(x,t) = P_1 f(t + x/c) + P_2 g(t - x/c)$$

d.h. ein Drucksignal breitet sich ohne Verformung mit der Schallgeschwindigkeit c im Rohr aus. Zwar wird das einfache Bild einer ebenen Welle bei einem durchströmten Rohr mit wachsender Grenzschicht der Physik nicht mehr gerecht (Anderson, Meier 1982). Die dort gezeigten Phasenpläne deuten vielmehr darauf hin, daß die akustische Welle in der Mitte des Rohres stromaufwärts und in der Grenzschicht stromabwärts läuft. Dies Verhalten steht in Übereinstimmung mit theoretischen Vorhersagen. Trotz dieses im einzelnen recht komplizierten Ausbreitungsvorgangs bleibt das Rohr jedoch im wesentlichen eine Verzögerungsstrecke für Drucksignale.

Zwei Modelle für selbsterrregte Schwingungen werden dem Einfluß eines Verzögerungsgliedes unterworfen:

$$\ddot{A} + \mu(A^2 - 1)\dot{A} + A = c A(t-t_2) = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{A} + A(t-t_1) + A^3 = c A(t-t_2) = 0 \quad (2)$$

selbsterregter Schwinger Resonator

Will man mit diesen Gleichungen eine physikalische Vorstellung verbinden, sollte man bei der Größe A wieder an Drucksignale denken. In den linken Teilen der Gleichungen sollte man die in vorigen Abschnitten beschriebenen selbsterregten Schwinger wiedererkennen. Diese Schwinger senden vermöge des zeitlich schwankenden Drucks Schallsignale aus, wobei die Druckamplitude des Schalls sicher kleiner als die Druckamplitude des Schwingers ist, dem wird durch ein $c < 1$ Rechnung getragen. Es läuft also ein Drucksignal mit endlicher Geschwindigkeit durch das Rohr. Am Rohrende wird es reflektiert, und zwar mit einem Reflektionsfaktor, der für den Druck nicht notwendigerweise kleiner als 1 sein muß (siehe das Lehrbuch Meyer/Neumann). Der Phasenumkehr bei der Reflexion am offenen Rohr kann man durch das Vorzeichen von c Rechnung tragen, und die Größe des Reflektionsfaktors geht in den Absolutbetrag von c ein. Nach einer Laufzeit von t_2 kommt das Drucksignal wieder an den

Ort seiner Entstehung und wechselwirkt dort mit dem schwingenden System. Der Wechselwirkung ist durch eine einfache Addition Rechnung getragen, d.h. für die Drucksignale wird das Superpositionsprinzip angenommen.

Die Bilder 30 und 31 zeigen einige Ergebnisse. Die numerisch gewonnenen Frequenzen und Amplituden sind gegen die Verzögerungszeit t_2 aufgetragen, dies entspricht im Experiment einer Auftragung gegen die Länge des Resonators. Wie in Bild 29 ist auch hier t_2 zunächst vergrößert (durchgezogene Linie) und dann verkleinert worden (gestrichelte Linie). Folgende Aussagen gelten übereinstimmend für das Experiment und die beiden mathematischen Modelle:

- 1) Mit wachsender Resonatorlänge (t_2) wächst die Breite des Hysteresbereichs.
- 2) Für kleine Resonatorlängen kann es zum vollständigen Erlöschen der Schwingung kommen.
- 3) Vor einem Frequenzsprung findet man ein lokales Minimum der Amplitude vor.

Die qualitative Übereinstimmung zwischen Experiment und mathematischem Modell ist somit befriedigend.

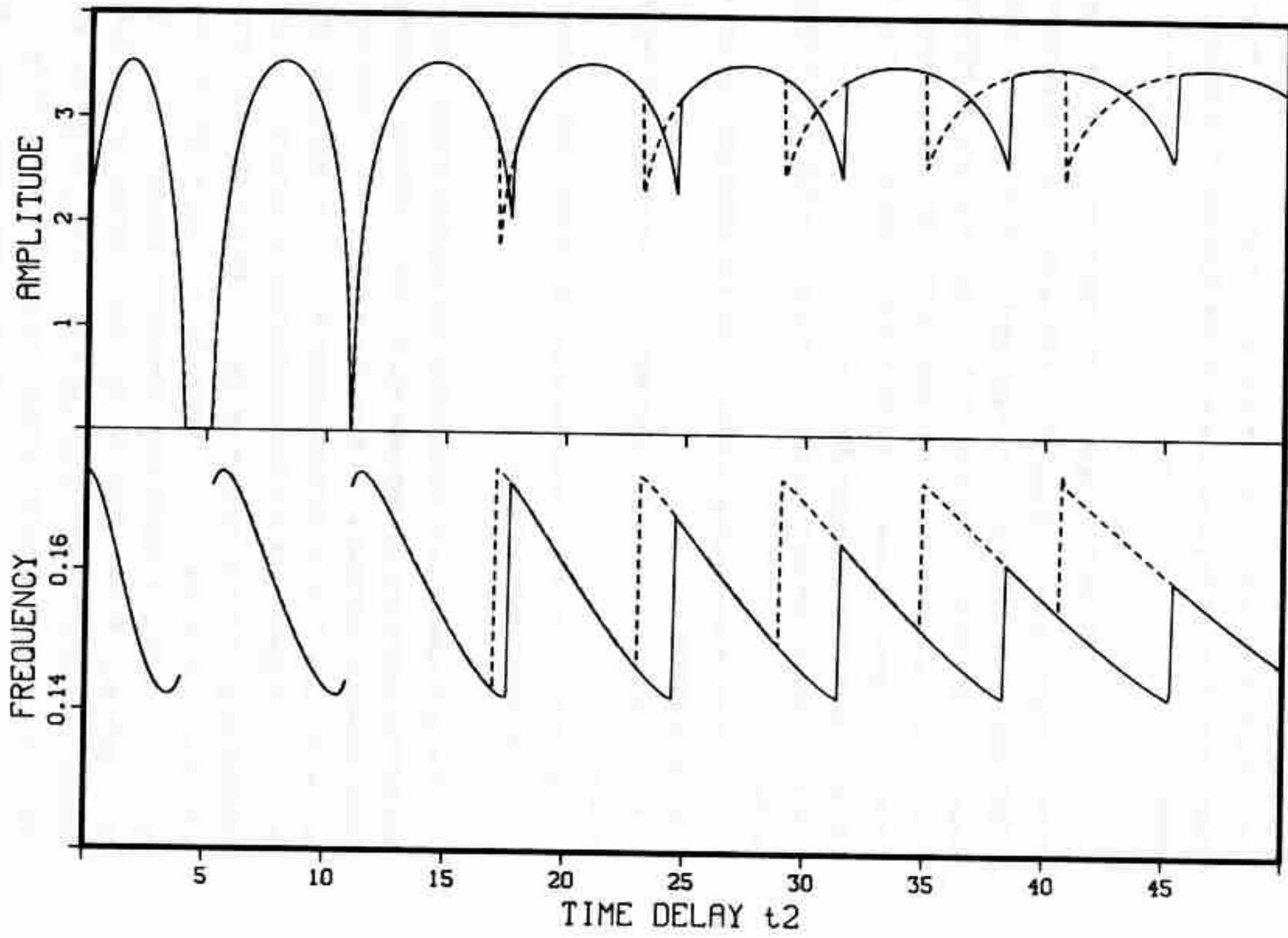
Die Verhaltensweisen entsprechen der physikalischen Intuition:

Die Verbreiterung des Hysteresebereichs bei größeren Resonatorlängen kommt dadurch zustande, daß hier viele Moden stabil schwingen können. Der Begriff der Mode im mathematischen Modell ist noch zu definieren. Bei der Grundmode ist die Zeitverzögerung t_2 kleiner als eine Schwingungsperiode, beim ersten Oberton ist sie größer als eine, aber kleiner als zwei Perioden usw.. Die höheren Moden haben einen Überlagerungsbe reich, weil sich die zugehörigen Frequenzen weniger unterscheiden als bei niedrigen Moden. Wenn die 28. Mode optimal auf der Schwingungsfrequenz des Oszillators liegt, ist auch die 29. nicht zu weit davon entfernt. Aus dem gleichen Grunde versteht man auch, warum es bei kurzen Resonatoren zur Auslöschung der Schwingung kommen kann. Man stelle sich vor, die Eigenfrequenz des Oszillators läge gerade zwischen der ersten und der zweiten Mode. Dann ist es für den Oszillator schwer, sel-

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A'' + 0.1(A^2 - 1)A' + 1.0A + .200 * A(t - t_2) = 0$$

- BILD 30 -

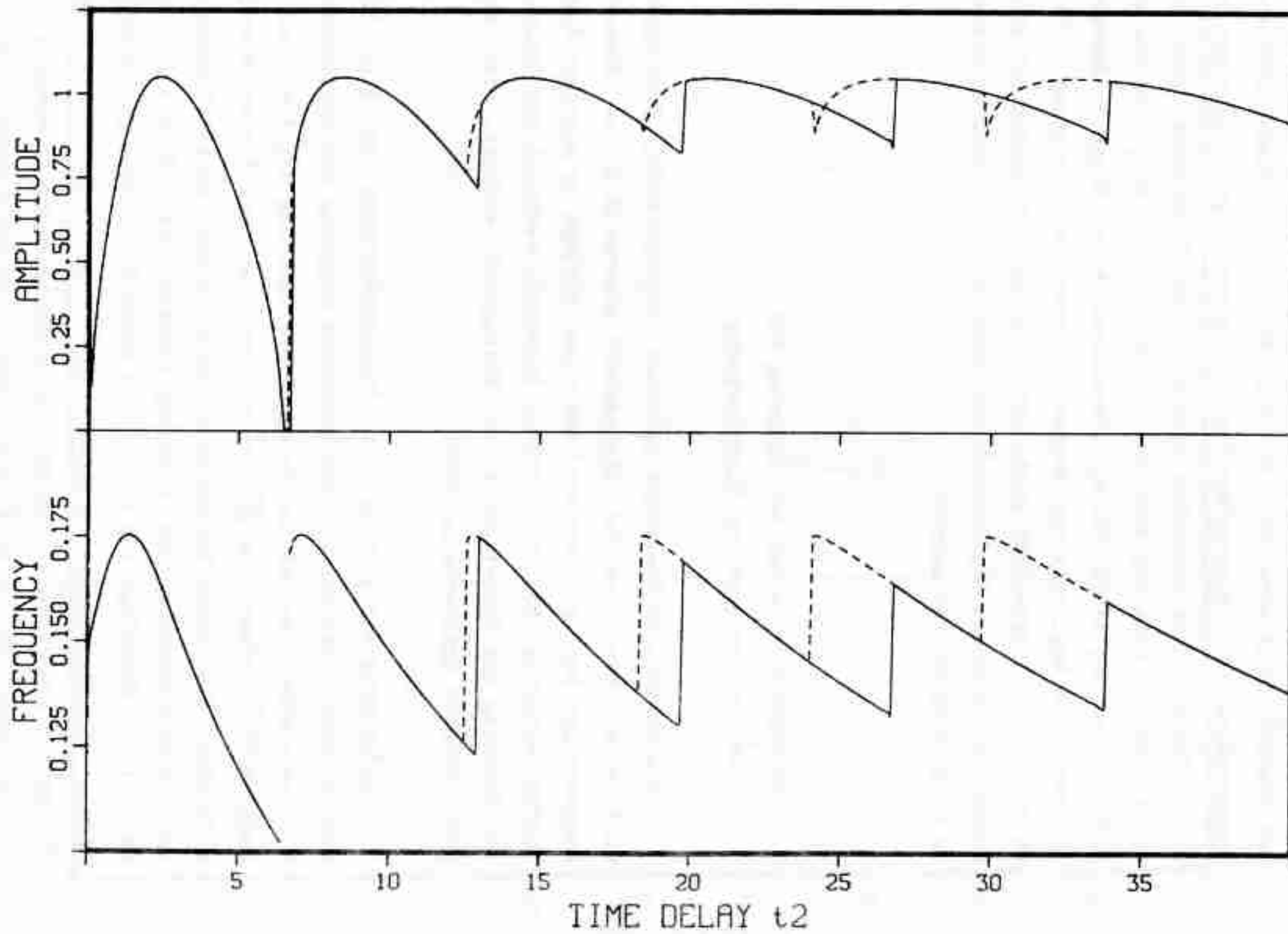


- 92 -

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A' = -A(t - 2.10) - A^3 - .400 * A(t - t_2)$$

- BILD 31 -



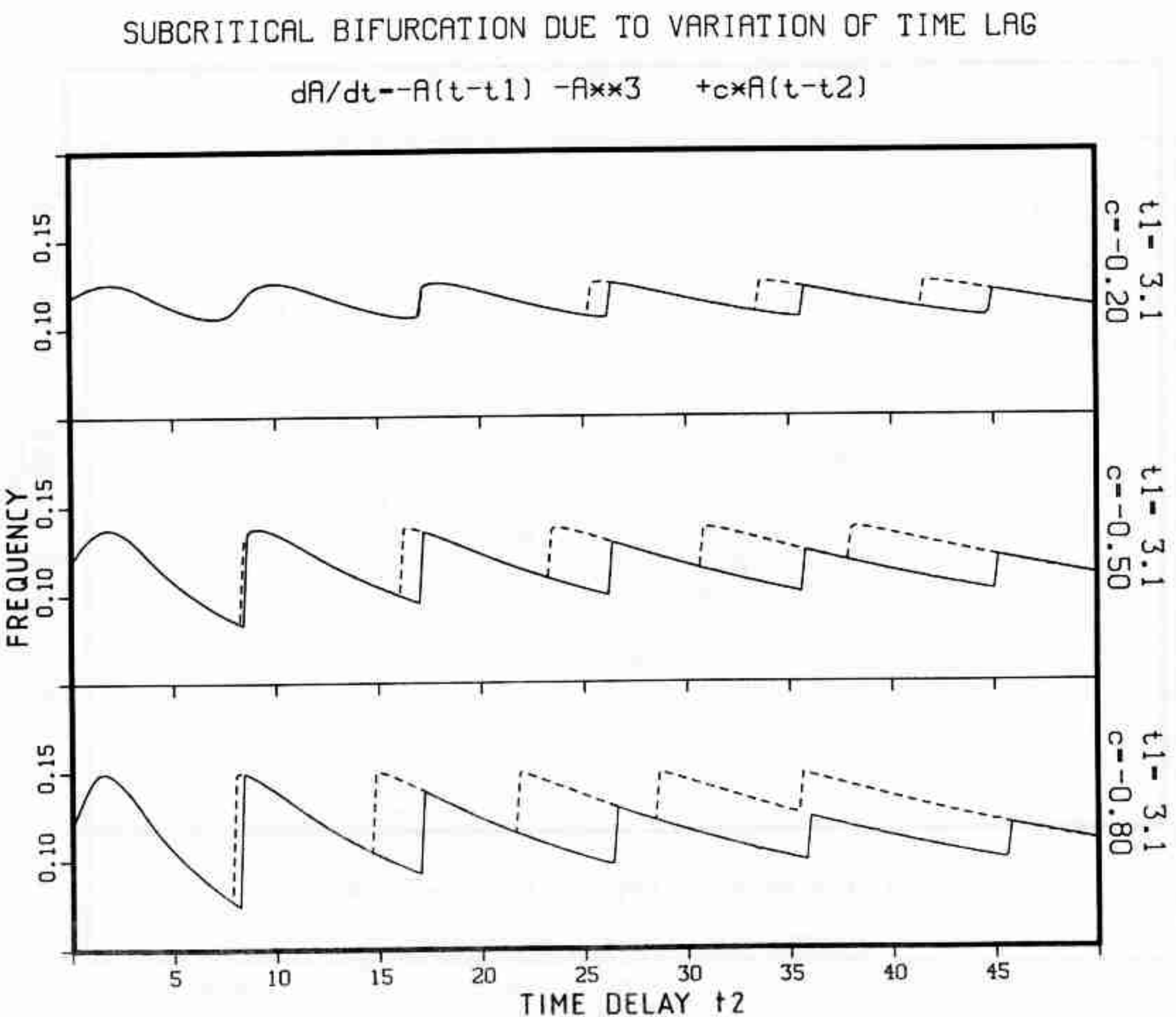
- 93 -

ne Frequenz so weit zu ändern, daß ihn das verzögerte Signal doch wieder phasenrichtig erreicht. Mit den Begriffen "phasenrichtiges" und "phasenverkehrtes" Eintreffen des verzögerten Signals kann man auch die dritte Reststellung plausibel machen. Eine Schwingung wird stabilisiert werden, wenn das Echo phasenrichtig eintrifft, dies muß zu einer Erhöhung der Amplitude führen. Phasenverkehrte Signale dagegen verkleinern die Amplitude und destabilisieren die Schwingung. Die Frage, ob der Instabilitätspunkt gegen infinitesimale Störungen mit einer senkrecht verlaufenden Amplitudenkurve verknüpft ist, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden.

4.7 Spitzenkatastrophen bei Änderung von Reflektionsgrad und Eigenfrequenz

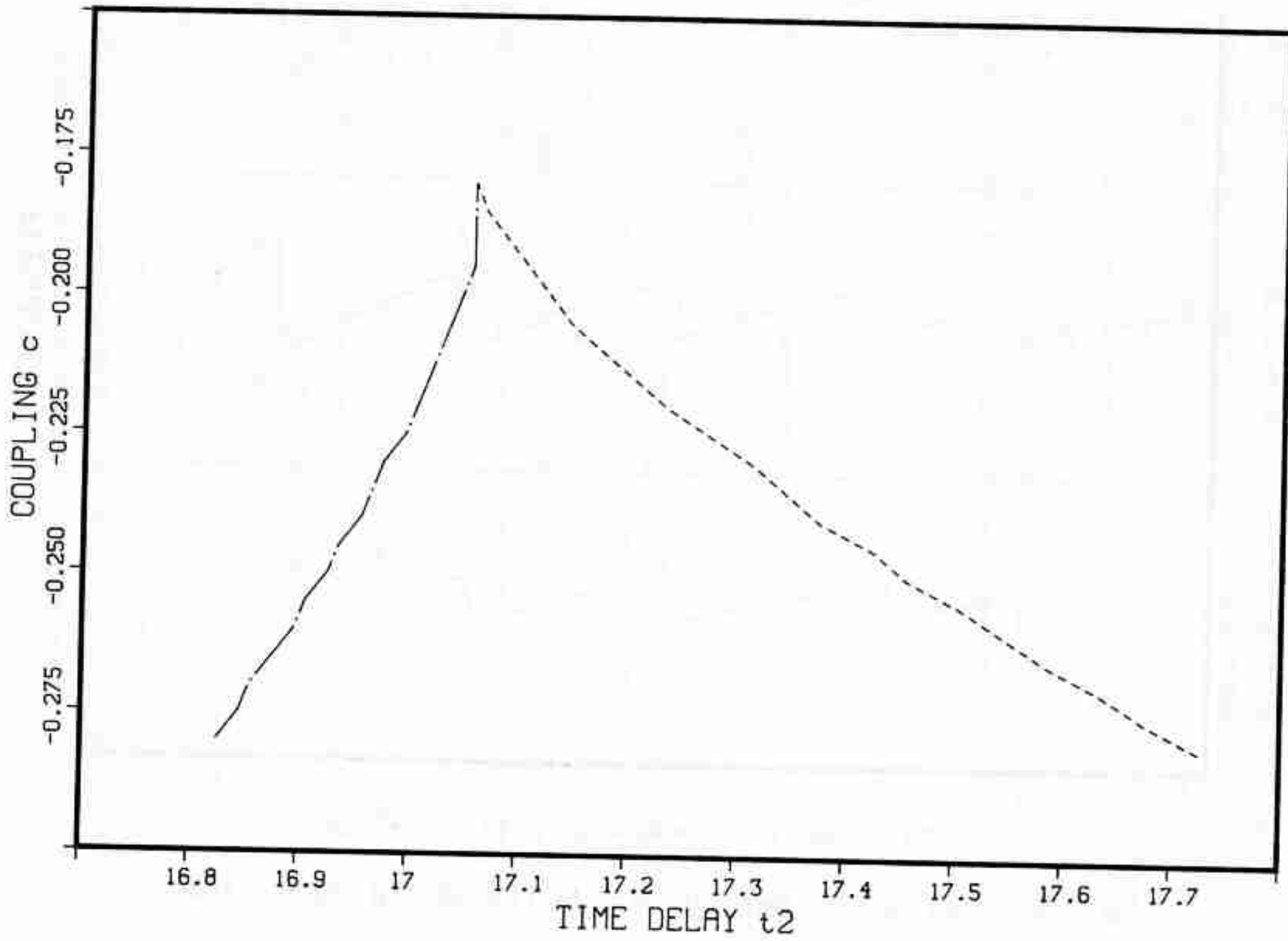
Die unstetigen Übergänge zwischen verschiedenen Schwingungsmoden sind eine bemerkenswerte Eigenschaft unseres Modells. Ebenso bemerkenswert ist wohl die Tatsache, daß diese Sprünge zu stetigen Kurvenverläufen entarten können. Größtes Interesse verdient der Punkt, an dem der Umschlag von Unstetigkeit zu Stetigkeit erfolgt, der kritische Punkt unserer Spitzenkatastrophe.

Betrachten wir zunächst die Frequenzverläufe im Bild 32. Man stellt fest, daß bei kleiner werdender Kopplung die Hysteresebereiche kleiner werden; so ist zum Beispiel der Umschlag bei $t_2=17$ und $c=0,2$ kaum noch sichtbar. Um genauer zu studieren, wie dieser Umschlag verschwindet, sind seine Verzweigungslinien in der Kontrollparameterebene aus Zeitverzögerung und Kopplung eingezeichnet (Bild 33). Dabei ist der Ort des Umschlags von kleinen zu hohen Frequenzen gestrichelt, der andere strichpunktiert eingezeichnet. Um nun genauer zu zeigen, daß die beiden Linien spitz und mit dem vorhergesagten Exponenten aufeinander zulaufen, ist im Bild 34 die Breite des Hysteresebereichs, gemessen in Einheiten von t_2 , eingezeichnet. Nach der Methode des kleinsten Fehlerquadrates ist eine semikubische Parabel angepaßt. Die Überein-



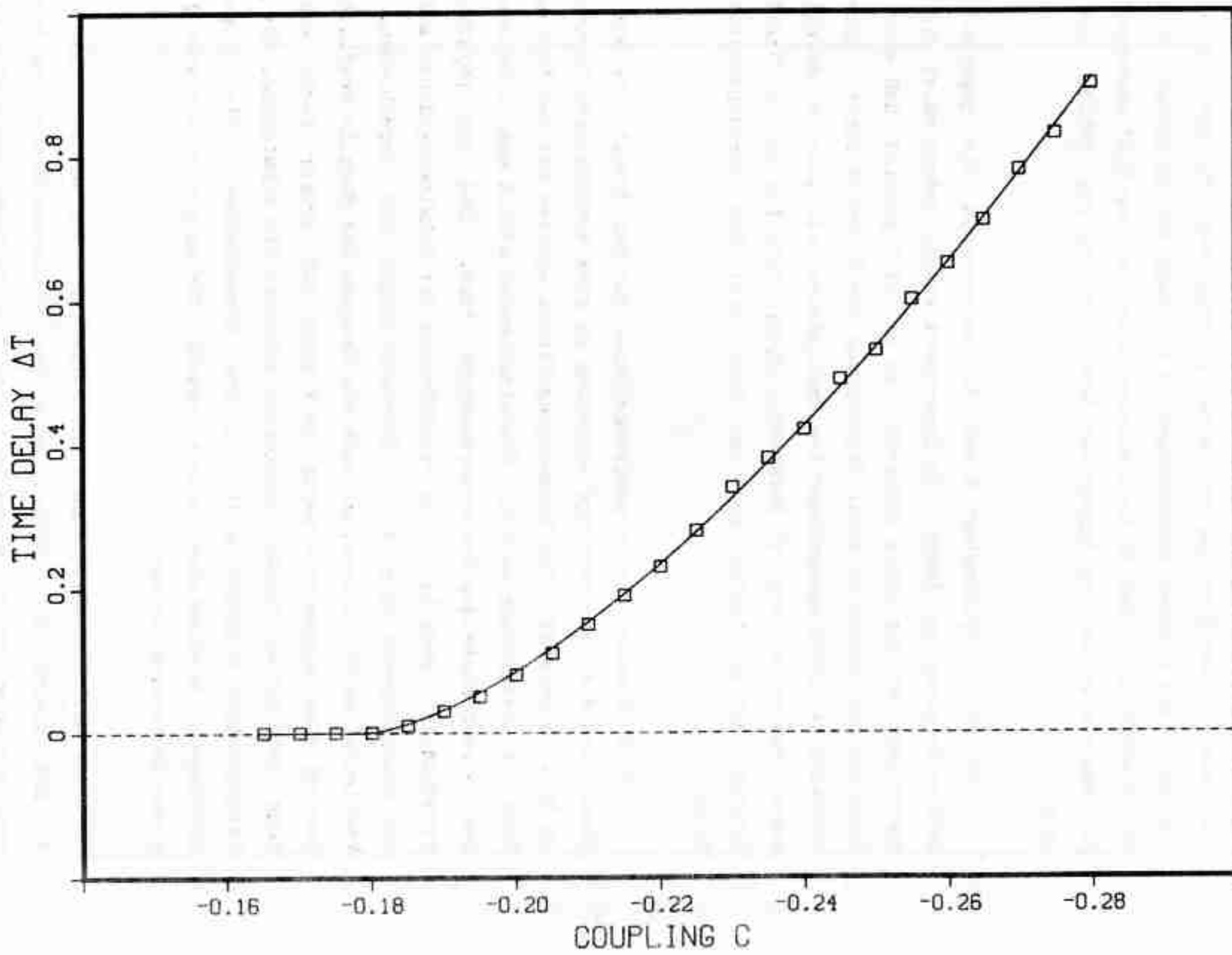
- Bild 32 -

BIFURCATION SET FOR THE MODEL:
 $dA/dt = -A(t-t_1) - A^3 + c \times A(t-t_2)$



BIFURCATION SET FOR THE DIFFERENTIAL EQUATION

FIT TO $\Delta T = F1 \times (C - F2) \times 1.5$

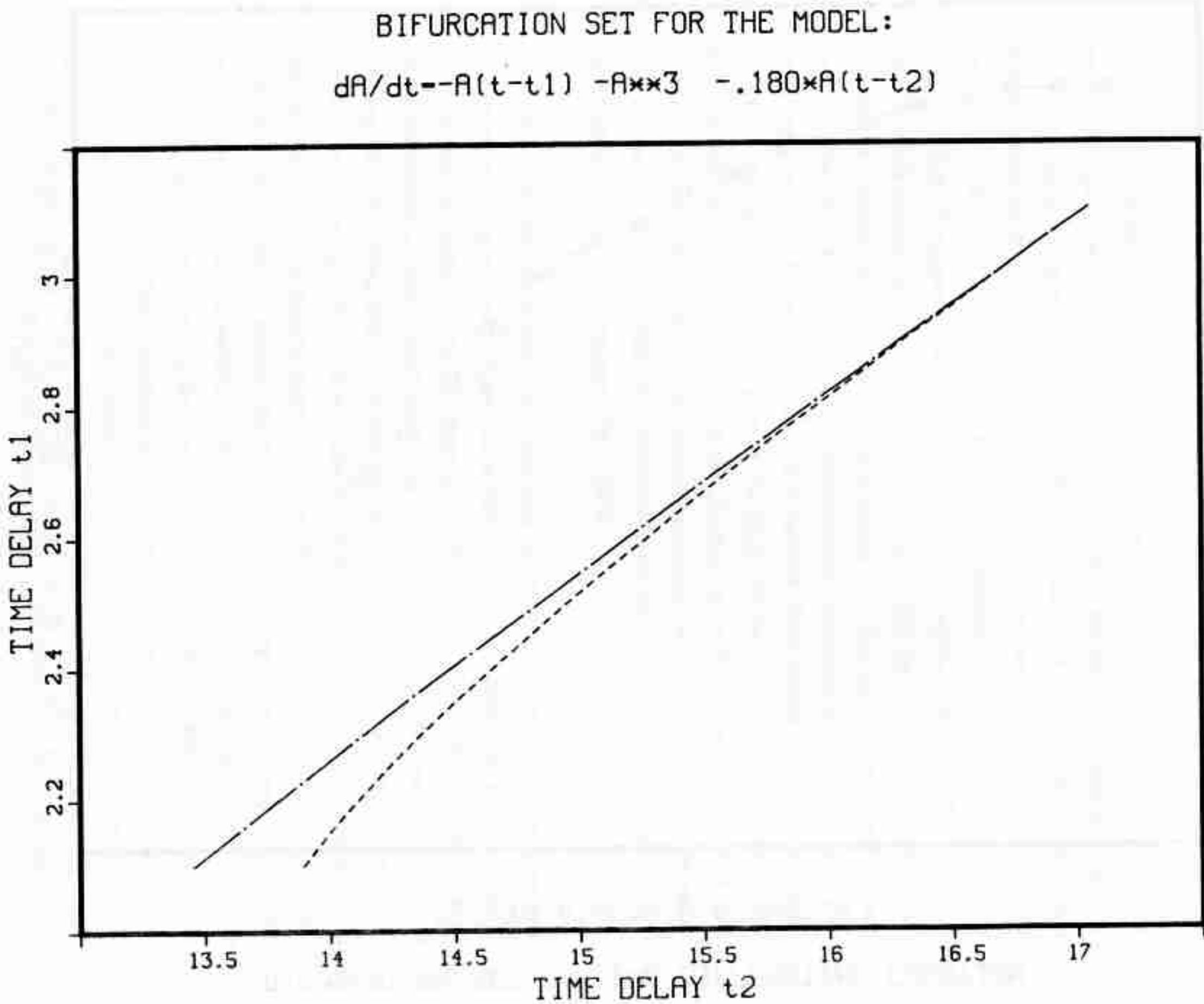


stimmung ist überraschend gut, wenn man bedenkt, daß dieses Verhalten nur lokal in der Nähe des kritischen Punktes $c=0,179$, $t_2=17,05$ zu gel-
ten hat. Die kleinen Abweichungen in Richtung der Zeitachse sind da-
durch erklärlich, daß t_2 in diskreten Schritten von 0,01 verändert wur-
de, damit wird bei der Angabe der Bereichsbreite ein Fehler von 0,02
möglich.

Den Kontrollparametern c und t_2 entsprechen die physikalischen
Größen Kopplung und Länge. Im Experiment wurden jedoch meist die Reso-
natorlänge und der Druck variiert. Es hat sich gezeigt, daß eine Ver-
änderung des Drucks zu einer Veränderung der Frequenz führt. Eine Ver-
stimmung der Schwingungsdauer des Oszillators läßt sich im Modell (1)
durch Variation von t_1 bewerkstelligen; beim Van der Pol-Oszillator
hingegen ist der Faktor vor dem Term $A(t)$ das frequenzbestimmende
Glied.

Bild 35 zeigt die Verzweigungslinien für das Modell 2 in der t_1 - t_2
Ebene, und die dazu gehörige Anpassung an eine semikubische Parabel ist
in Bild 36 gezeigt. Die Verzweigungslinien sollten mit der Messung im
Bild 16 verglichen werden. Übereinstimmend stellt man in beiden Bil-
dern eine Schiefe des Hysteresebereichs fest. Sie ist physikalisch
verständlich, denn bei einer Vergrößerung der Schwingungsdauer muß sich
der Resonanzpunkt zu größeren Resonatorlängen hin verschieben. Der
Vergleich macht allerdings auch die Grenzen des Modells deutlich: Es
besitzt eine Unsymmetrie bezüglich kleiner und großer Werte von t_1 ,
denn bei kurzen Verzögerungszeiten erlischt die Schwingung, für große
Verzögerungen hingegen passiert nichts Dramatisches. Die Totwasser-
schwingung verschwindet jedoch sowohl für zu kleine als auch für zu
große Druckverhältnisse.

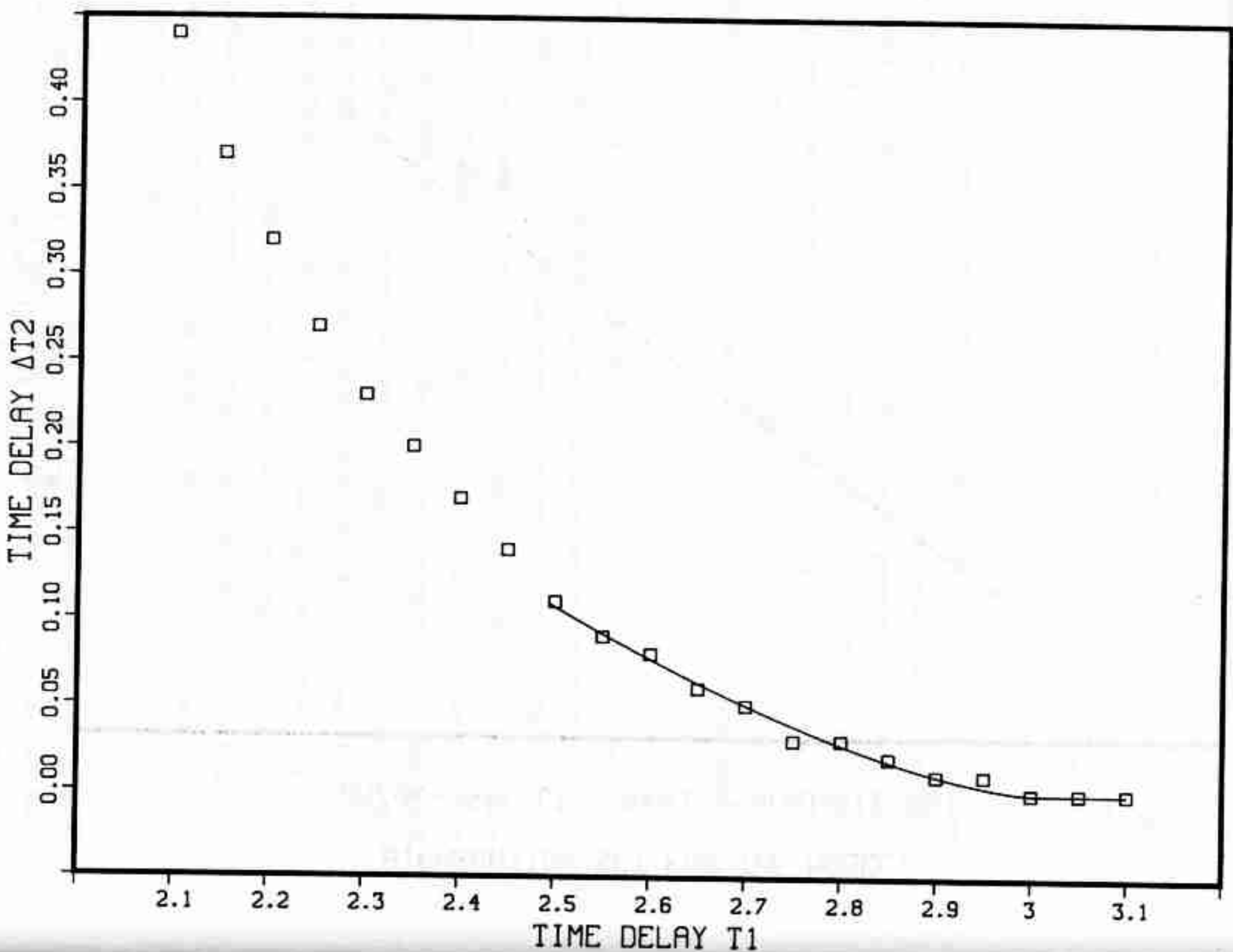
Das Bild 35 sollte eine Frage aufwerfen: Was passiert für kleine
 t_1 und kleine t_2 ? Öffnet sich der Hysteresebereich weiter oder
schließt er wieder mit einer Spitze ab? Beide Vermutungen sind falsch.
Der Hysteresebereich verschwindet, ohne daß die beiden Frequenzen
ineinander übergehen, die Lösungszüste bleiben getrennt und verschwinden



- Bild 35 -

BIFURCATION SET FOR THE DIFFERENTIAL EQUATION

FIT TO $\Delta T - F_1 \times (C - F_2) \times \times 1.5$



- Bild 36 -

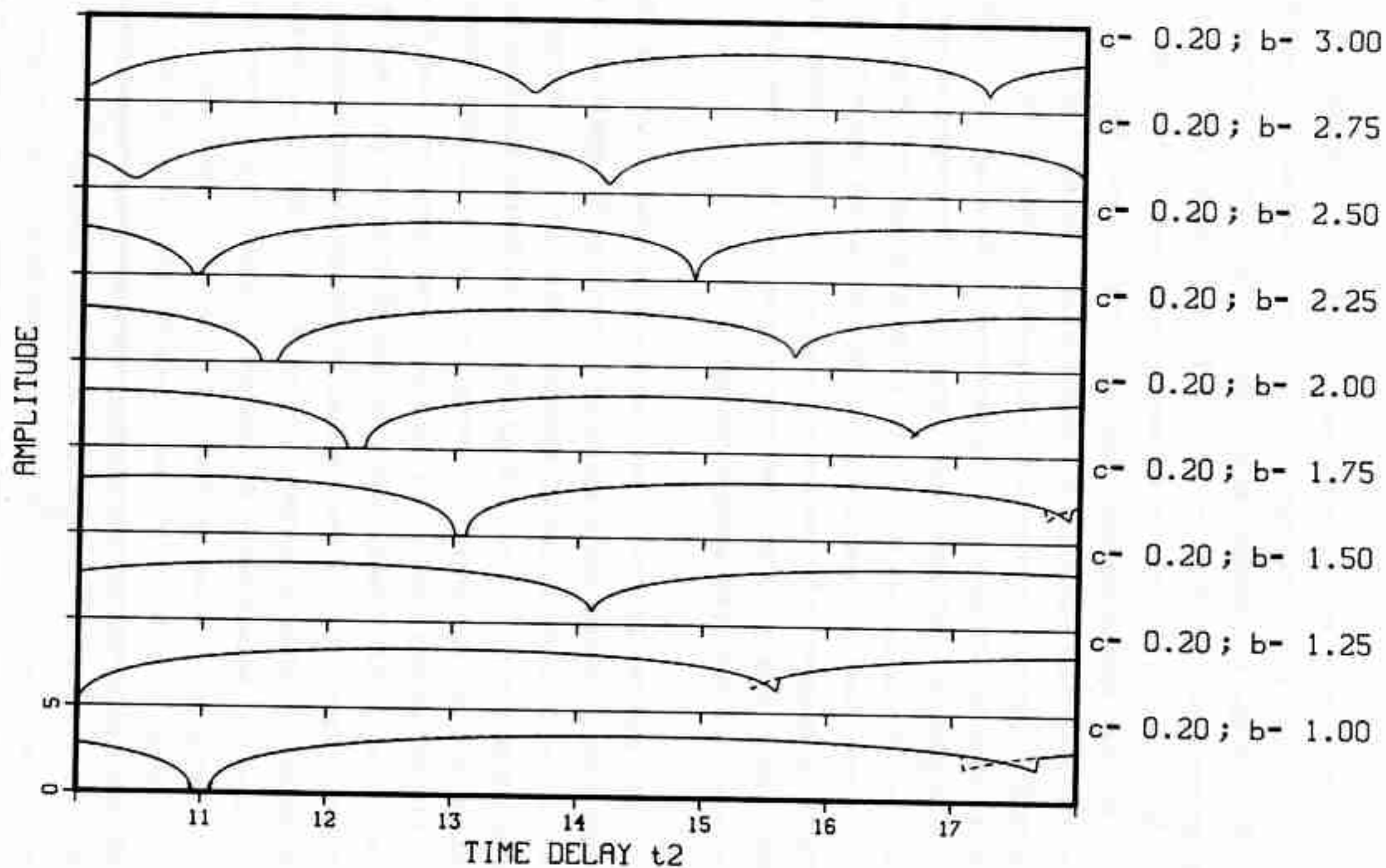
einzelnen über sub- bzw. superkritische Bifurkationen.

Zur Illustration betrachte man die Bilder 37 und 38. Hier handelt es sich um einen Van der Pol-Oszillator, dessen Schwingungsfrequenz über die Größe b verändert wird. Bei $b=1$ und $t_2=17,5$ erkennt man einen Hysteresebereich. Für $b=1,25$ und $t_2=15,5$ ist er deutlich kleiner und bei $b=1,5$, $t_2=14,2$ schon nicht mehr zu erkennen. Trotzdem sind hier die beiden Frequenzen noch deutlich verschieden. Bei $b=1,75$, $t_2=13,1$ ist die Hysterese tatsächlich verschwunden, die Amplituden beider Frequenzäste gehen hier superkritisch gegen 0. Bei weiterer Vergrößerung von b , also der Frequenz des selbsterregten Schwingers, kommt es zum Verschwinden der Bifurkationen. Die beiden Frequenzen nähern sich kontinuierlich aneinander an, wie es in Bild 38 bei $b=2,75$ zu sehen ist. Mit einem ähnlich komplizierten Verhalten muß man wohl auch bei der Pfeife am unteren Ende des Hysteresebereichs rechnen, denn die Messungen haben gezeigt, daß das Verschwinden der Hysterese hier mit einem Verschwinden der Schwingung einhergeht.

Ein anderes Beispiel, bei dem die Hysterese über die Kombination einer subkritischen und einer superkritischen Bifurkation verschwindet, ist in den Bildern 39 und 40 gezeigt. Für $t_1=1,70$ erkennt man zwei Schwingungsäste, die sich deutlich in der Frequenz unterscheiden. Die Lösung mit der Frequenz 0,14 zweigt bei $t_2=12,1$ superkritisch von der trivialen Lösung ab. Die andere Schwingung mit der Frequenz 0,18 zweigt bei $t_2=12,4$ subkritisch ab, das wird durch die auftretende Hysterese deutlich. Diese beiden Verzweigungspunkte rücken für größer werdendes t_1 näher zusammen. So ist für $t_1=1,80$ die triviale Lösung nur noch bei anwachsenden Werten von t_2 erreichbar. Wenn der subkritische Zweig bei kleiner werdenden t_2 instabil wird, verschwindet die Schwingung jedoch nicht mehr, sondern ändert lediglich ihre Frequenz und Amplitude, das System schwingt dann auf dem superkritischen Ast. Für $t_1=1,90$ sind schließlich die beiden Lösungen so weit zusammengedrückt, daß die triviale Lösung in diesem Bereich nicht mehr stabil ist. Es treten hier Unregelmäßigkeiten der Frequenz und Amplitude auf, die im nächsten Abschnitt näher erläutert werden.

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A'' + 0.1(A^{**2} - 1)A' + bA + cA(t - t_2) = 0$$

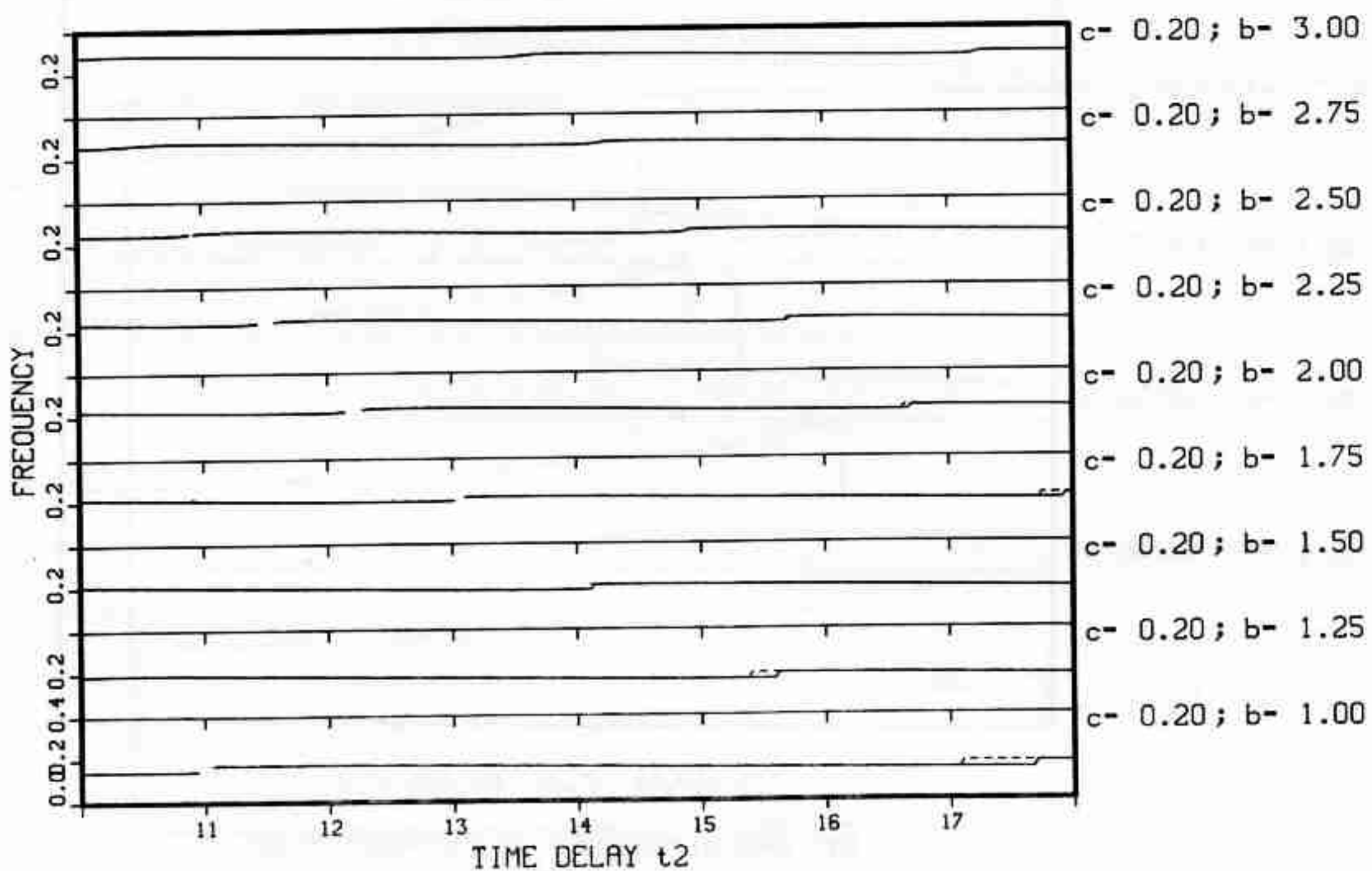


- Bild 37 -

- 102 -

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A'' + 0.1(A^{**2} - 1)A' + bA + cA(t - t_2) = 0$$



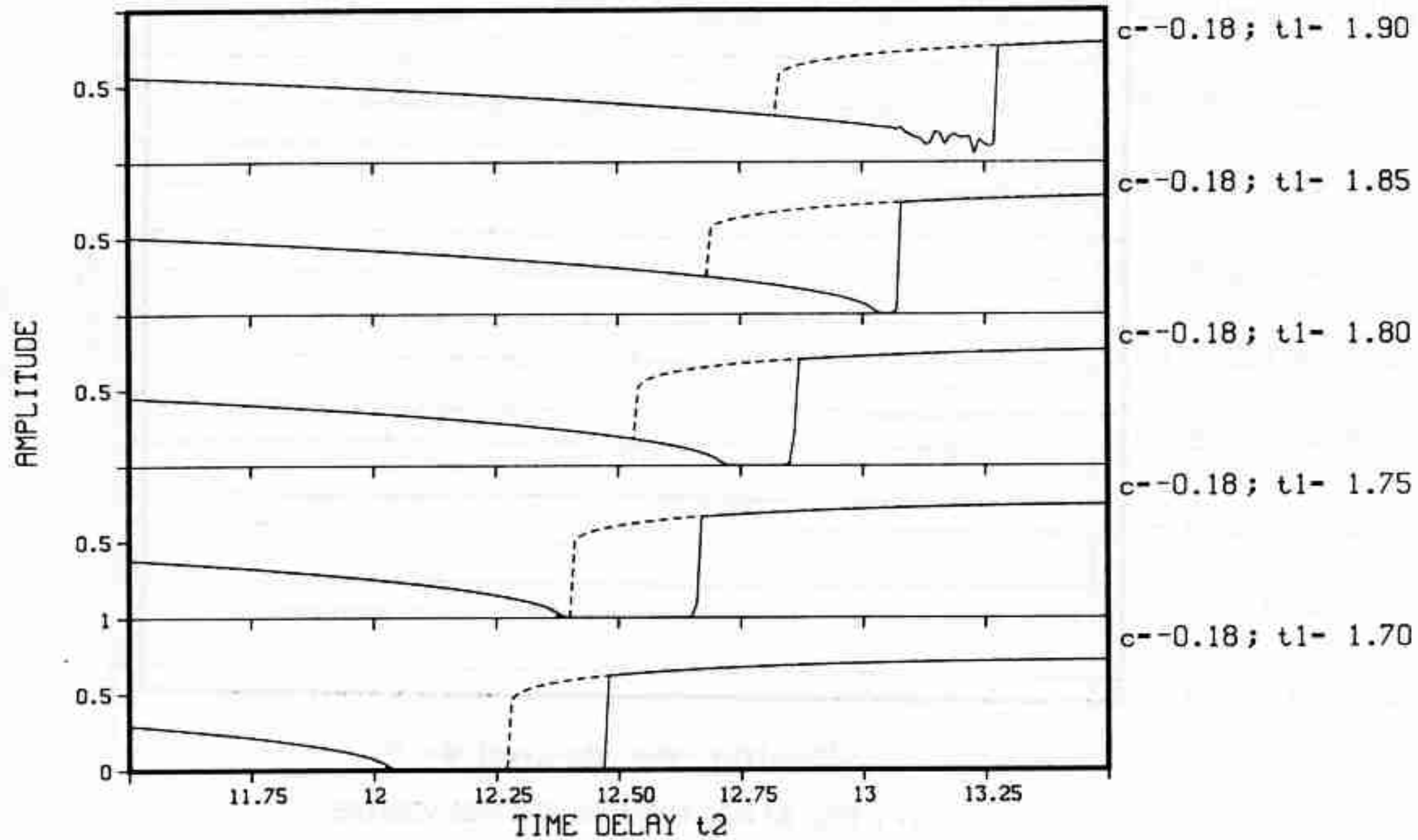
- Bild 38 -

- 103 -

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A' = -A(t-t_1) - A^{**3} + c \cdot A(t-t_2)$$

- BILD 39 -

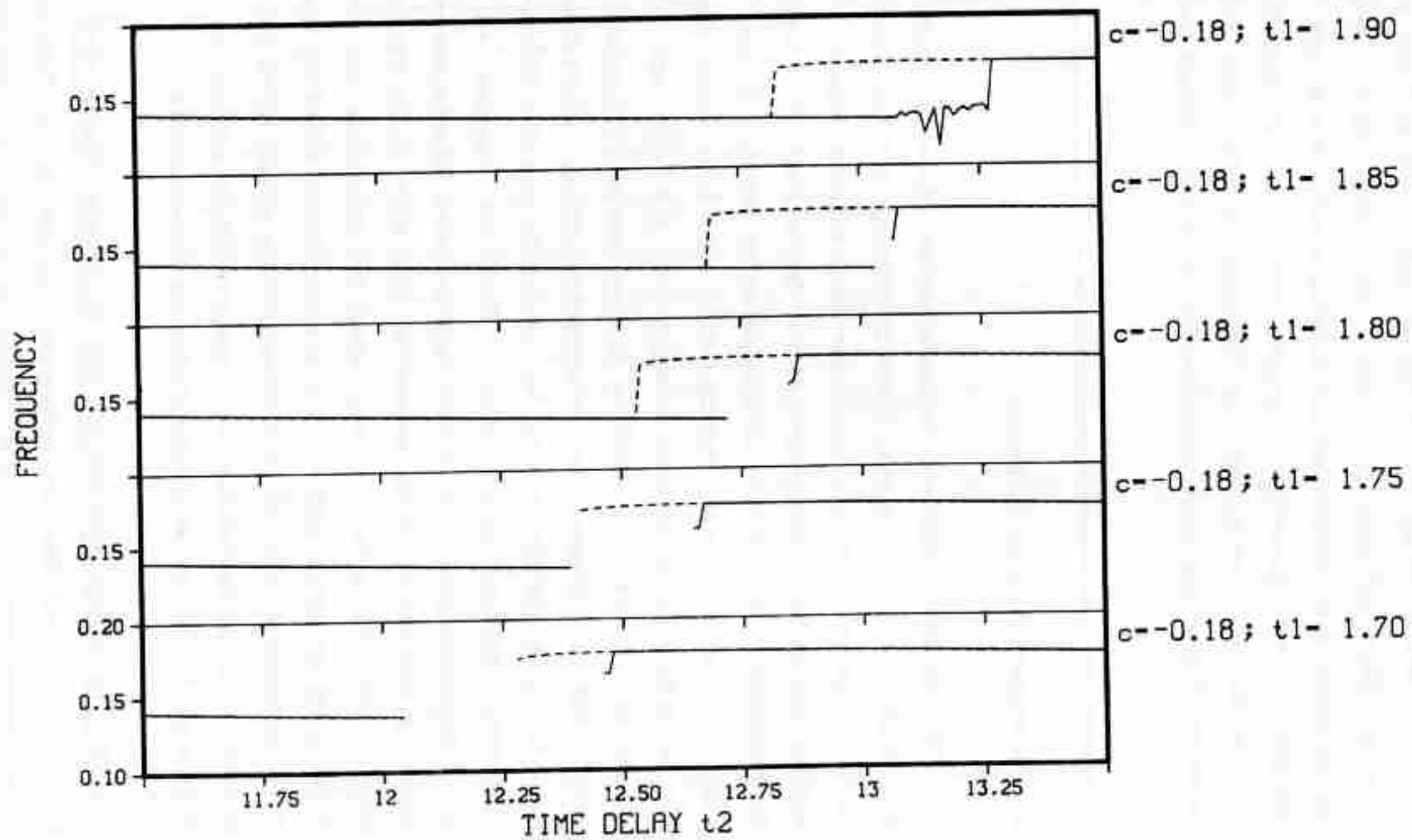


- 104 -

BIFURCATION DUE TO VARIATION OF TIME LAG

$$A' = -A(t-t_1) - A^{**3} + c \cdot A(t-t_2)$$

- BILD 40 -



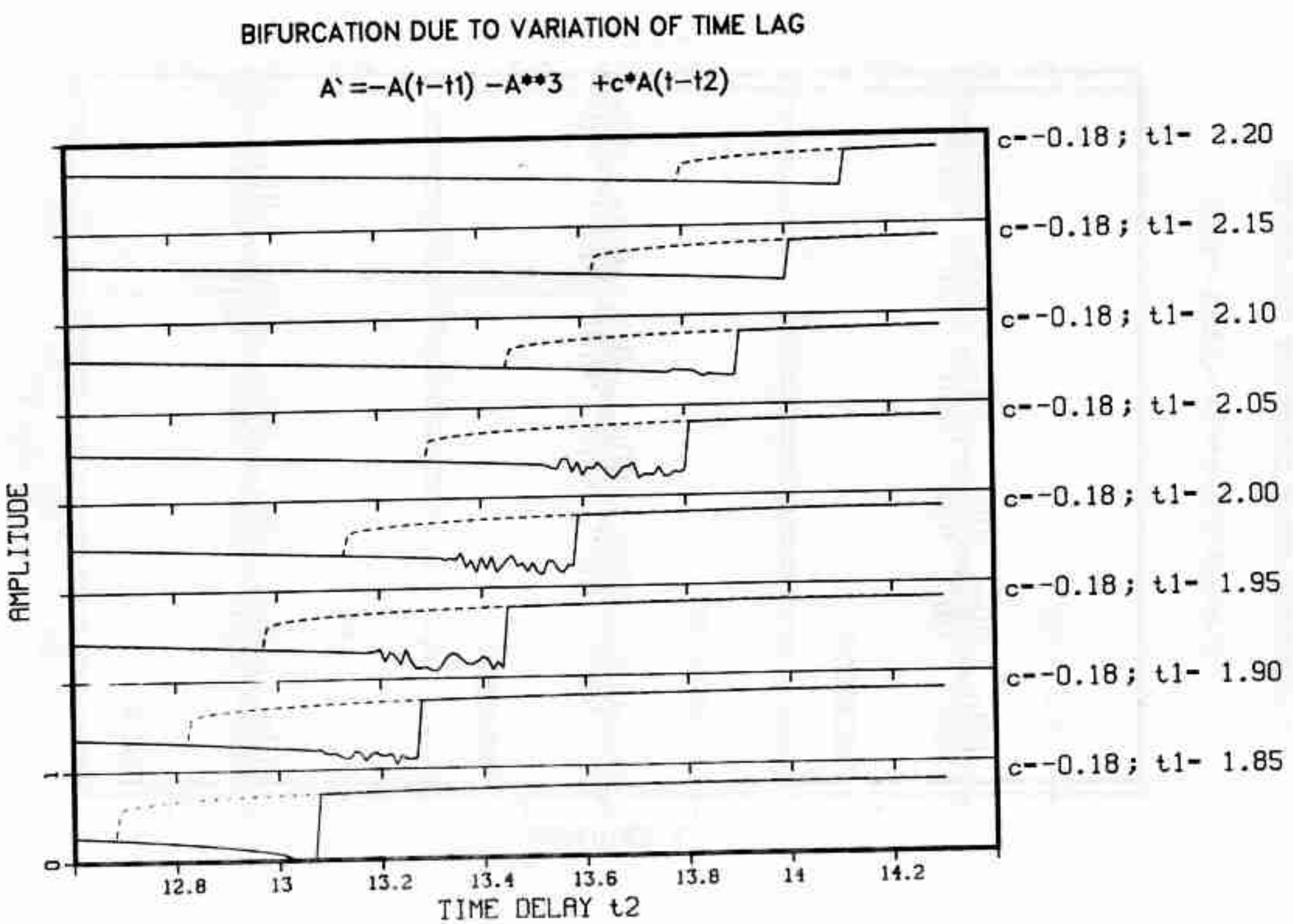
- 105 -

Die beiden Beispiele in den Bildern 37-40 sollten nur zeigen, daß die Spitzenkatastrophe nicht die einzige Möglichkeit ist, eine Hysterese zwischen zwei verschiedenen Schwingungszuständen zum Verschwinden zu bringen. Das Experiment zeigte noch eine weitere Möglichkeit auf. Hier wurde der kontinuierliche Übergang zwischen zwei Frequenzen durch Einschaltung eines quasiperiodischen Zwischenzustands realisiert.

4.8 Quasiperiodische Lösungen

Die beiden einfachen mathematischen Modelle haben bisher eine teilweise erstaunlich gute Übereinstimmung mit dem Experiment ergeben. Es fehlt jedoch noch ein wichtiger qualitativer Aspekt. Im Experiment wurden teilweise Schwingungszustände beobachtet, bei denen zwei diskrete Frequenzen im Spektrum identifizierbar waren. Diese traten bevorzugt in der Nähe einer Sprungstelle auf, d.h. schon vor dem Sprung in die nächste Schwingungsmoden kündigt sich die Frequenz des neuen Zustands an. In allen bisherigen Bildern wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß der untersuchte Schwingungszustand einfachperiodisch sei. Nur dann ist die Ermittlung der Amplitude aus der Differenz zweier benachbarter Extrema auch sinnvoll. Kommt es dagegen zu quasiperiodischen Schwingungen, also schwebungsähnlichen Erscheinungen, so muß eine derartig ermittelte Größe schwanken, man mißt keine konstante Amplitude mehr. Abhilfe schafft man, wenn die Amplitude aus dem Spektrum der Schwingung gewonnen würde. Die vermeintliche Schwäche des praktizierten Verfahrens der Amplitudenbestimmung stellt sich jedoch als Stärke heraus, denn unregelmäßige Amplitudenverläufe werden so zum sicheren Indikator für nicht einfachperiodische Schwingungen.

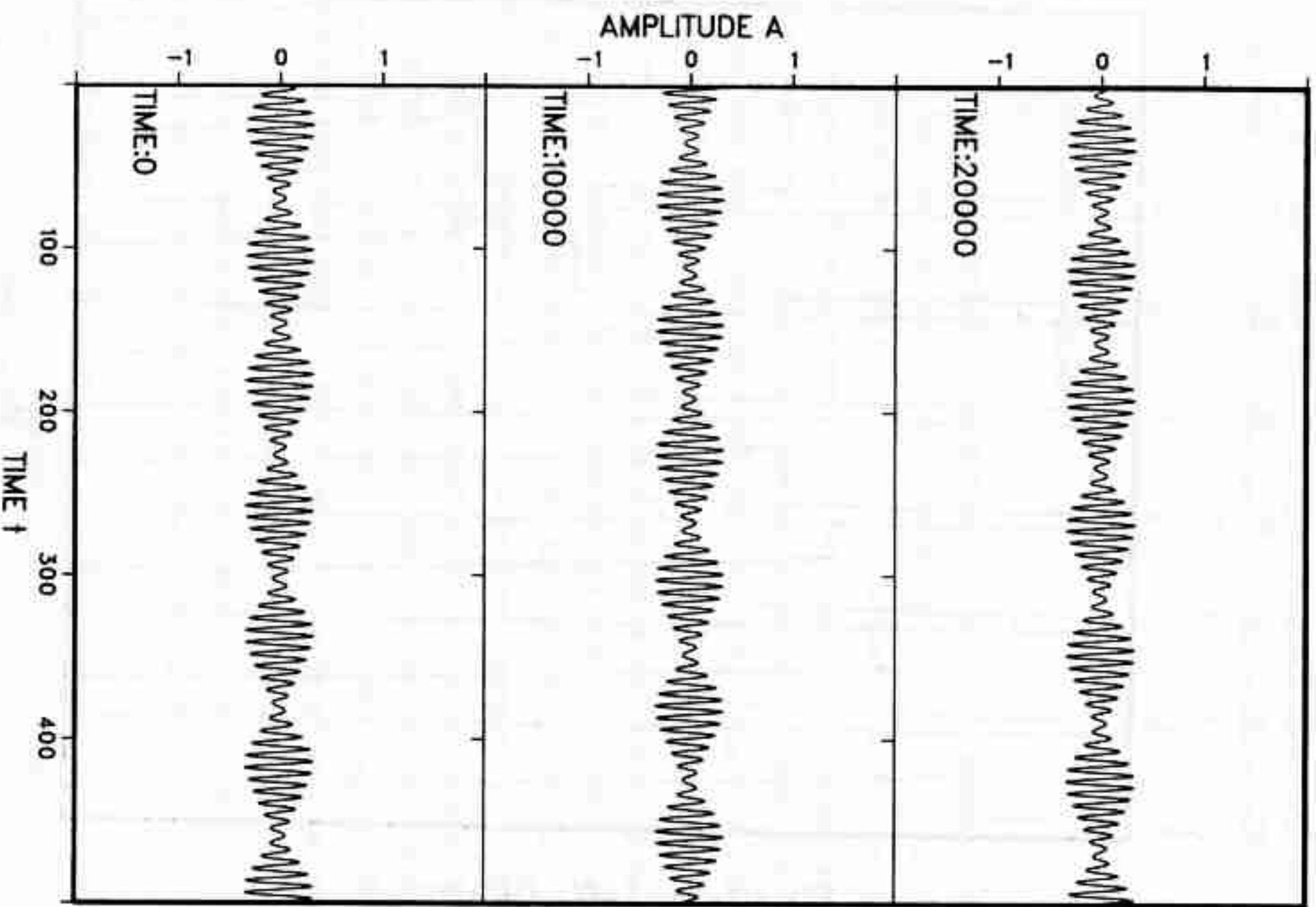
Solche Unregelmäßigkeiten der Amplitude finden sich nun im Bild 41, und zwar auf den durchgezogenen Linien in der Nähe der superkritischen Verzweigung des niederfrequenten Astes. Ein genaueres Bild der Vorgänge in diesem Bereich vermittelt der in Bild 42 dargestellte Zeitverlauf und das entsprechende Spektrum im Bild 43. Deutlich ist eine



- Bild 41 -

TEMPORAL DEVELOPMENT OF OSCILLATION

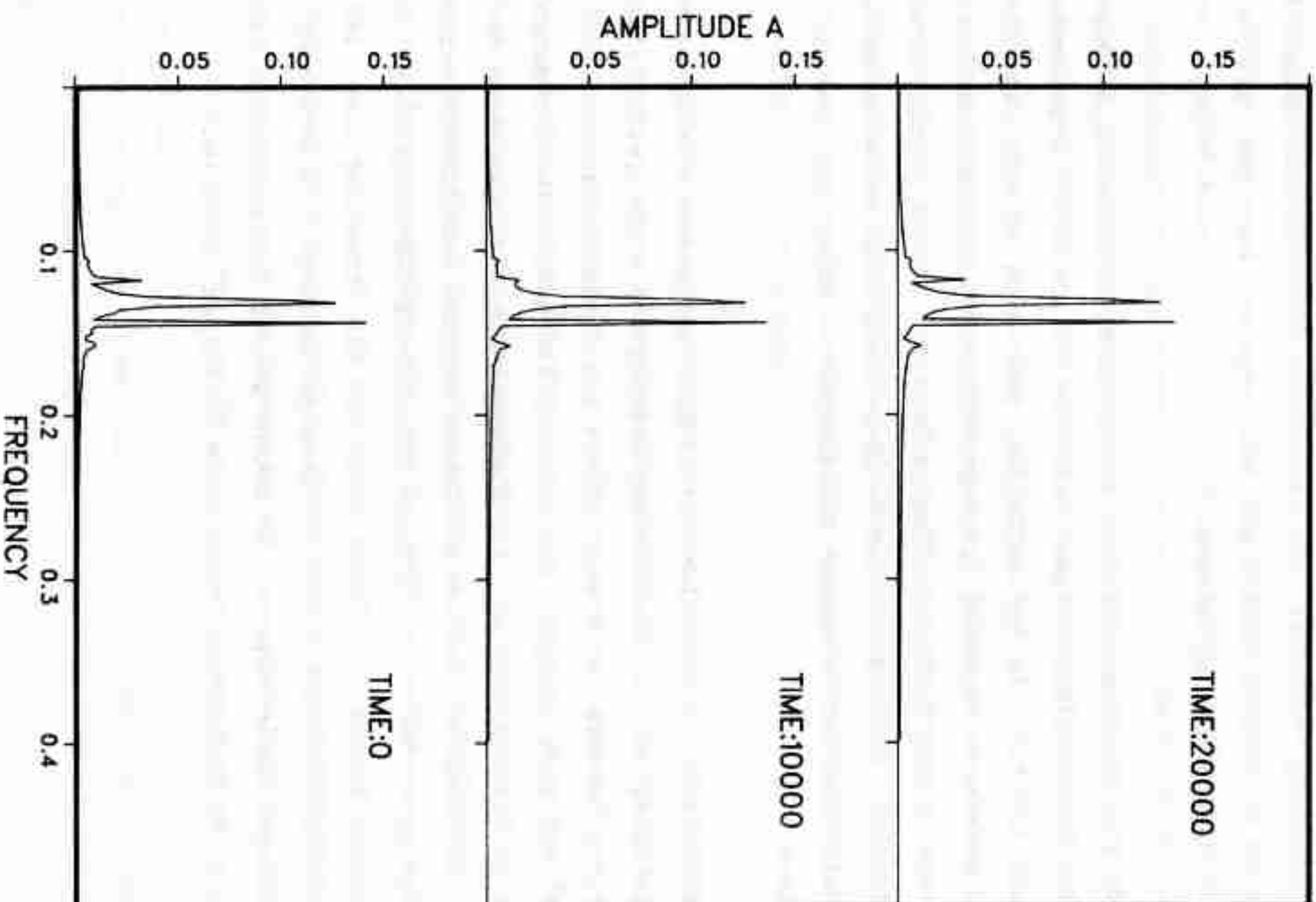
$$A' = -A(t-2.1) - A^{**3} + -.18A(t-13.50)$$



- Bild 42 -

TEMPORAL DEVELOPMENT OF POWER SPECTRUM

$$A' = -A(t-2.1) - A^{**3} + -.18A(t-13.50)$$



- Bild 43 -

nichtlineare Schwebung zu erkennen, die unregelmäßig schwankende Amplitude ist somit erklärt. Die Darstellungen sind zu verschiedenen Zeiten nach dem Einstellen des t_2 -Wertes gemacht worden, um einen Hinweis darauf zu bekommen, ob es sich bei den Unregelmäßigkeiten nur um einen Einschwingvorgang handelt. Da sich trotz der teilweise langen Wartezeiten keine sichtbaren Änderungen mehr ergeben, kann das mit einiger Sicherheit ausgeschlossen werden.

Im Bild 41 kann man den Bereich der quasiperiodischen Lösungen gut erkennen. Sie beginnen etwa bei $t_1=1,90$ und $t_2=13,2$ und enden bei $t_1=2,10$ und $t_2=13,8$. Es ist auffällig, daß sich dieses komplizierte Verhalten gerade in der Nähe der superkritischen Bifurkation einstellt. Dies ist nun sicher nicht der einzige Bereich, in dem solche Schwingungen auftreten. Eine systematische Suche nach quasiperiodischen Lösungen bei Variation der Parameter t_1 , t_2 und c habe ich jedoch nicht durchgeführt.

Mathematisch gesehen haben wir es hier mit einer verallgemeinerten Hopf-Verzweigung zu tun, nämlich der Bifurkation einer periodischen Lösung in einen invarianten Torus. Diese hat in den letzten Jahren reges Interesse auf sich gezogen, und zwar auf dem Gebiet der Strömungslehre besonders im Zusammenhang mit der Diskussion um die Entstehung der Turbulenz. So konnten Ruelle und Takens zeigen, daß die Verzweigung in einen invarianten Torus den letzten Schritt vor dem Auftreten chaotischer Lösungen darstellt. Daher liegt nun die Vermutung nahe, daß auch unsere Modellgleichungen nicht nur quasiperiodische, sondern auch chaotische Lösungen haben können. Im Rahmen meiner Untersuchungen habe ich jedoch keine so definierte "akustische Turbulenz" gefunden.

5. Zusammenfassung, Kritik und Ausblick

Im experimentellen Teil der Arbeit wurde das Verschwinden von hysteretischen Frequenzsprüngen studiert. Es zeigte sich, daß die Hysterese durch zwei verschiedene Manipulationen zum Verschwinden gebracht werden kann.

1) Durch Abschwächung des Schallreflektionsfaktors. Bei diesem Experiment verschwindet die Hysterese, indem sich die beiden Frequenzen einander nähern, d.h. der Frequenzsprung zwischen den beiden Zuständen wird zunehmend kleiner, bis er bei einem bestimmten endlichen Reflexionsvermögen ganz verschwinden ist.

2) Durch Änderung des Druckverhältnisses. Hierbei verschwindet die Hysterese, aber die beiden Frequenzen behalten ihre Werte im wesentlichen bei. Der unstetige Sprung ist nur mit einer Änderung des Amplitudenverhältnisses verbunden, diese Änderung wird mit Annäherung an den kritischen Punkt beliebig klein.

Darüber hinaus wurden Spitzenkatastrophen an zwei mathematischen Modellen festgestellt. Auch hier wurde die Hysterese durch zwei unterschiedliche Parameteränderungen zum Verschwinden gebracht.

1) Verringerung der Schallreflektion führt ähnlich wie im Experiment zur Verkleinerung der Frequenzsprünge.

2) Eine Änderung der Resonatorfrequenz bewirkt ebenfalls eine Verkleinerung der Frequenzsprünge bis zur Spitzenkatastrophe.

Das Experiment ließe sich in mindestens zwei Punkten verbessern.

1) Es ist störend, daß der Ruhedruck während einer Messung nicht konstant bleibt. Dies Problem ließe sich durch Anschluß an einen Unterdruckkessel umgehen.

2) Die Bestimmung der Schwingungsamplitude über den abgestrahlten Schall ist zu indirekt, besser wäre die direkte Messung des Totwasserdrucks.

Im theoretischen Teil sollte als Ergänzung die Wechselwirkung eines Resonators mit einem detaillierteren Modell für die Totwasser-

schwingung durchgerechnet werden.

Insgesamt muß man sich die Frage stellen, ob die hier beschriebenen Untersuchungen überhaupt einer Fortsetzung bedürfen. Besonders in Hinblick auf die hysteretischen Übergänge zwischen quasiperiodischen Strömungsformen bejahe ich diese Frage. Als Oszillator sollte jedoch nicht die Totwasserschwingung gewählt werden, denn hier macht die der Strömung stets überlagerte Turbulenz die Vermessung der kritischen Punkte sehr schwierig. Einige Versuche mit einer Zungenpfeife verließen dagegen sehr erfolgversprechend, hier war die Schallamplitude bei gleichmäßiger Durchströmung sehr konstant. Wenn man dagegen keine bewegten mechanischen Teile in Kauf nehmen möchte, sollte man zum Schwingungsmechanismus der Blockflöte, also periodischer Wirbelablösung an einer Schneide, greifen. Dieses Experiment kann bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten durchgeführt werden, so daß die Turbulenz die Effekte nicht stört. Zusammenfassend gesagt scheinen mir die die Ziehersehnungen einer Blockflöte ein lohnendes Untersuchungsobjekt.

6. Literaturverzeichnis

- (1) Albers, M. Untersuchung einer transsonischen Strömungsschwingung mittels Echtzeit-Laser-Doppler-Anemometrie
DPVLR-FB 80-04
- (2) Anderson, J.S., Base pressure oscillations in rectangular duct with an abrupt enlargement.
Meier, G.E.A.,
Jungowski, W.M.
Witczak, K.J. Archives of Mechanics 30,
337-351, (1978)
- (3) Anderson, J.S., Flow oscillations in a duct with a rectangular cross-section
Hiller, W.J.,
Meier, G.E.A. Jl. Fluid Mech. 79, 769-748, (1977)
- (4) Anderson, J.S., Self-excited oscillations in a duct flow with oblique shock waves.
Jungowski, W.M.,
Meier, G.E.A.
Witczak, K.J. Proc. of the Institute of Acoustics 4,
15.M2.1-15.M2.4, (1978)
- (5) Anderson, J.S., Steady and non-steady transonic flow in a duct with sudden enlargement
Meier, G.E.A. MPI Strömungsforschung, Bericht 1/1982
- (6) Anderson, J.S., Base pressure and noise produced by the abrupt expansion of air in a cylindrical duct.
Williams, T.J. Jl. Mech. Engng. Sci. 10,262-268, (1968)
- (7) Benjamin, T.B. Bifurcation phenomena in steady flows of

- a viscous fluid. I.Theory, II.Experiment
Proc. Roy. Soc. Lond. A359,1-43, (1978)
- (8) Benjamin, T.B.
Mullin, T.
Notes on the multiplicity of
Flows in the Taylor experiment
J. Fluid Mech. 121, 219-230, (1982)
- (9) Brandstätter, A.
Pfrister, G.
Schulz-Dubois, E.O.
Excitation of a Taylor Vortex Mode
having resonant Frequency Dependence
of Coherence Length
Physics Letters 88A, 407-409, (1982)
- (10) Busse, E.
Degenhardt, K.-H.
Vidic, U.
MUMPTI a Multi-User-Multi-Task-Interpreter
for process-control applications with
CAMAC.
HMI-B 338 (1980)
- (11) Driver, R.D.
Ordinary and Delay Differential Equations.
Academic Press, New York (1972)
- (12) Farmer, J.D.
Chaotic Attractors of an infinite-
dimensional dynamical System
Physica 4D, 366-393, (1982)
- (13) Grabitz, G.
über die Entstehung selbsterregter
Schwingungen einer Überschall-Strömung
in einem Kanal mit plötzlicher
Querschnittserweiterung.
MPI Strömungsf., Ber. 14/1976
- (14) Haken, H.
Synergetics, An Introduction.
Springer-Verlag, (1978)
Berlin, Heidelberg, New York
- (15) Haken, H. (ed)
Synergetics, A Workshop.

- Springer-Verlag, (1977)
Berlin, Heidelberg, New York
- (16) Haken, (ed)
Chaos and Order in Nature.
Springer-Verlag, (1981)
Berlin, Heidelberg, New York
- (17) Hale, J.K.
Nonlinear Oscillations in Equations with
Delays. in: Nonlinear Equations in
Biology, F.C. Hoppenstedt (ed),
Lectures in Appl. Math. 17, Am.Math.Soc.,
Providence, R.I. (1979)
- (18) Hasan, A.Z.,
Hussain, A.K.M.F.
The self-excited axisymmetric jet
J. Fluid Mech. 115, 59-89, (1982)
- (19) Hille, P.
Diplomarbeit, Inst. Angew. Physik
Kiel (1981)
- (20) Holmes, P.J.,
Rand, D.A.
The bifurcations of Duffing's equation:
An application of catastrophe theory.
J. Sound Vib. 44, 247-253, (1976)
- (21) Hopf, E.
Abzweigung einer periodischen Lösung
eines Differentialgleichungssystems.
Ber. Sächs. Akad. Wiss.,
Math.-nat. Kl 94, (1942)
- (22) Joseph, D.D.
Stability of Fluid Motions I,II
Springer Tracts in Natural Philosophy,
Vol. 27,28; Springer
Berlin, Heidelberg, New York (1976)
- (23) Joseph, D.D.,
Iooss, G.
Elementary Stability and
Bifurcation Theory.

- Springer-Verlag, (1980)
Berlin, Heidelberg, New York
- (24) Jungowski, W.M. Investigation of flow Pattern boundary conditions and oscillation mechanism in a compressible flow through sudden enlargement of a duct.
Prace naukowe, Mechanika, No.3,
Wydawnictwa Politechniki
Warszawskiej, Warszawa (1968)
- (25) Jungowski, W.M. On the flow in a sudden enlargement of a duct.
Fluid Dynamics Transactions,
W. Fiszdon, P.Kucharczyk,
W.J. Prosnak (ed). 231-241
Pergamon Press, Oxford, New York (1969)
- (26) Jungowski, W.M. Some self induced supersonic flow oscillations.
Prog. Aerospace Sci. 18,151-175, (1978)
- (27) Kauderer, H. Nichtlineare Mechanik.
Springer-Verlag, Berlin 1958
- (28) Keller, J.J. Nonlinear self-excited acoustic oscillations within fixed boundaries.
(to be published)
- (29) Marsden, J. The Hopf bifurcation theorem and its applications
McGracken, M.
Springer, (1976)
Berlin, Heidelberg, New York
- (30) Mechel, F. Akustische Impedanz einer

- Schilz, W. Luftdurchströmten Öffnung
Diets, J. Acustica 15, (1965), S. 199-206
- (31) Meier, G.E.A. Ein instationäres Verhalten transsonischer Strömungen.
Mitt. MPI Strömungsf. und AVA,
Göttingen, Nr. 59, (1974)
- (32) Meier, G.E.A. Shock-induced flow oscillations
AGARD CP No. 168, 29.1-29.9
(1975)
- (33) Meier, G.E.A., Grabitz, G., Jungowski, W.M., Witezak, K.J., Anderson, J.S. Oscillations of a supersonic flow downstream of an abrupt increase in duct cross-section.
Mitteilungen aus dem MPI für Strömungsforschung und der AVA,
Göttingen, Nr. 65, (1978)
- (34) Meier, G.E.A., Hiller, W.J., Jungowski, W.M., Anderson, J.S. Oscillations in supersonic flow in a rectangular duct with an abrupt change in section.
Fortschritt der Akustik,
555 f, DAGA (1976)
- (35) Meier, G.E.A., Jungowski, W.M., Sobiera, J.G.W. Transsonischer Generator für Resonanzschwingungen im Rohr
379-382, VDE-Verlag, DAGA (1978)
- (36) Meyer, E., Guicking, D. Schwingungslehre
Vieweg, Braunschweig (1974)
- (37) Minorsky, N. Nonlinear Oscillations.
Van Nostrand
Princeton, New Jersey, Toronto

London, New York (1962)

- (38) Müller, E.-A.
Neuere Entwicklungen auf dem Gebiet der Strömungsakustik.
Z. Flugwiss. Weltraumf. 5, 137-147, (1981)
- (39) Mullin, T.,
Pfister, G.,
Lorenzen, A.
New Observations on Hysteresis Effects in Taylor-Couette flow
Physics of Fluids 25, 1134-1136, (1982)
- (40) Mullin, T.
Mutations of steady cellular flows in the Taylor Experiment.
J. Fluid Mech. 121, 207-218, (1982)
- (41) Pauli, H.
Zur Theorie der Messungen mittels ungedämpfter elektrischer Schwingungen an zwei magnetisch gekoppelten Kreisen
Annalen der Physik 65, 274-288, (1921)
- (42) Pfister, G.
Hydrodynamische Instabilitäten und der Übergang zur Turbulenz in der rotationsym. Couette-Strömung.
Habilitationsschrift, CAU Kiel, (1981)
- (43) Pfister, G.,
Gerdtz, U.
Dynamics of Taylor Wavy Vortex flow.
Physics Letters 83A (1981), S. 23-25
- (44) Pfister, G.,
Rehberg, I.
Space-dependent Order Parameter in Circular Couette Flow Transitions.
Physics Letters 83A (1981), S. 19-22
- (45) Poston, T.,
Stewart, I.
Catastrophe Theory and its Applications
Pitman
London, San Francisco, Melbourne (1978)

- (46) Rabiner, L.R.,
Rader, C.M. (ed)
Digital Signal Processing
IEEE Press
New York (1972)
- (47) Rehberg, I.
Phasenübergänge und hydrodynamische Instabilitäten.
Phys. in unserer Zeit 12, 131-137, (1981)
- (48) Ronneberger, D.
Experimentelle Untersuchung zum akustischen Reflektionsfaktor von un stetigen Querschnittsänderungen in einem luftdurchströmten Rohr.
Acustica 19, 222-235, (1967)
- (49) Ruiz-Claeyssen, J.
Effect of delays on functional differential equations.
J. Diff. Equations 20, 404-440, (1976)
- (50) Saunders, P.T.
An Introduction to Catastrophe Theory
University Press, Cambridge (1980)
- (51) Schaeffer, D.G.
Qualitative Analysis of a model for boundary effects in the Taylor problem.
Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 87, 307-337, (1980)
- (52) Stahl, B.
Untersuchung der turbulenten Wanddruckschwankungen in einem luftdurchströmten Rohr hinter einer un stetigen Querschnittserweiterung.
DFVLR FB 81-35 (1981)
- (53) Stearns, S.D.
Digital Signal Analysis

- Hayden, New Jersey (1975)
- (54) Steward, I. Applications of catastrophe theory to the physical sciences
Physica 2D, 245-305, (1981)
- (55) Szamoski, A.P., Meier, G.E.A. Schwingungen der Überschallströmung in einem Kanal mit Querschnittsprüfung.
MPI Strömungsf., Ber. 23/1978
- (56) Thom, R. Structural Stability and Morphogenesis.
Benjamin-Addison Wesley, New York, (1975)
- (57) van der Pol, B. On Oscillation Hysteresis in a Triode Generator with Two Degrees of Freedom.
Phil. Mag 43, 700-722, (1922)
- (58) Vogel, H. Die Zungenfeife als gekoppeltes System.
Annalen der Physik 62, 247-282, (1920)
- (59) Vogel, H., Wien, M. Zungenfeife und Röhrensender.
Annalen der Physik 62, 649-665, (1920)
- (60) Watanabe, Y. Theorie des gekoppelten Schwingkreises mit Selbsterregung.
E.N.T. 6, 194-210, (1929)
- (61) Zeeman, E.C. Catastrophe Theory
Scient. Am. 234, 65-83, (1976)

Danksagung

Prof. Dr. E.A. Müller möchte ich für die freundliche Aufnahme im Max-Planck-Institut für Strömungsforschung danken.

Prof. Dr. E.O. Schulz-Dubois hat trotz der räumlichen Entfernung Göttingen-Kiel die Betreuung dieser Arbeit übernommen. Ich möchte ihm für sein starkes Interesse am Fortgang der Arbeit und viele hilfreiche Hinweise danken.

Dr. G.E.A. Meier hat mich bei allen vor Ort entstehenden Schwierigkeiten hilfreich und großzügig unterstützt. Die häufig konträren Diskussionen über einzelne Probleme der Arbeit haben sich stets als anregend erwiesen.

Herrn Dipl.Phys. W.Krämer möchte ich für die Betreuung der Rechenanlage danken.

Meine Einarbeitung in das Betriebssystem des Experimentrechners hat Herr P.Habermann übernommen. Zusammen mit den Herren D.Knauer und H.-W.Kompart half er bei der Programmierung im Rechnerverbund. Allen danke ich herzlich.

Nr. 1:	Über die Theorie der turbulenten Grenzschichten von J. Rotta	vergriffen	Nr. 16:	Beeinflussung der Lage des Verdichtungsstadiums bei Profilen in hoher Geschwindigkeit von Hassan Ch. Sharaf	DM 7,--	Nr. 31:	Zur Bestimmung des Totwasserwiderstandes mit Anwendung auf Totwasser hinter Keilen von M. Tammer	DM 9,--	Nr. 45:	Zur Schallerzeugung durch einen turbulenten Luftstrahl über einer endlich großen ebenen Platte von F.-R. Grosse	DM 20,70
Nr. 2:	Profiluntersuchungen an einem umlaufenden Propeller von H. Himmelskamp	vergriffen	Nr. 17:	Über Vielfachverzweigungen für bestimmte Verteilungen der Durchflußmenge von H. Reichardt	DM 5,--	Nr. 32:	Druckverteilungsmessungen an Kreisströmung mit Beachtung dreidimensionaler Randstörungen von K. Kraemer	DM 8,--	Nr. 46:	Eigenfunktionalitäten turbulenter Nachlaufströmungen von R. Ermshaus	DM 15,60
Nr. 3:	Der Einfluß der wandnahen Strömung auf den turbulenten Wärmeübergang von H. Reichardt	vergriffen	Nr. 18:	Aeroelastisches Kolloquium in Göttingen am 16. und 17. April 1957	DM 17,--	Nr. 33:	Über die numerische Anwendbarkeit der Parametrisierungsmethode bei partiellen Differentialgleichungen von D. Grothe	DM 6,--	Nr. 47:	Berechnung der Potentialströmung um rotationsymmetrische Ringprofile von W. Geißler	DM 18,90
Nr. 4:	Experimentelle Untersuchung der kompressiblen Strömung an und in der Nähe einer gewölbten Wand von W. Frötschel	DM 9,--	Nr. 19:	Numerische Darstellung von ebenen und rotationsymmetrischen transsonischen Düsenströmungen mit gekrümmtem Schalldurchgang von E. Martensen und K. v. Sengbusch	DM 11,--	Nr. 34:	Über die reibungsfreie Hyperschallströmung mit abgeleiteten Verdichtungsstößen um ebene Profile mit scharfer Vorderkante von G. Grebitz	DM 11,--	Nr. 48:	Experimentelle Untersuchungen in einer turbulenten Kanalströmung mit starken viskosen Wandschichten von H. Eckelmann	DM 11,40
Nr. 5:	Die Strömung um schlanke, fast drehsymmetrische Körper von F. Riegels	DM 7,--	Nr. 20:	Reibungswirkungen beim Rohrwinkelkanal von E. Becker	DM 8,--	Nr. 35:	Zur Problematik der turbulenten Strahl- ausbreitung in einer Grundströmung von H. Reichardt	DM 8,--	Nr. 49:	Experimentelle und theoretische Untersuchungen von turbulenten Grenzschichten bei Überschallströmung von H.L. Meier	DM 19,20
Nr. 6:	Untersuchungen an einem asymmetrischen Tragflügel mit spaltlos angeschlossenen Ruder bei raschen Änderungen des Ruderausdrucks (ebene Strömung) von H. Drescher	DM 9,--	Nr. 21:	Zusammenfassender Bericht über neuere Untersuchungen zur Frage der Böenbelastung von Flugzeugen von H. Krühnhaar	DM 13,--	Nr. 36:	Über die Eigenschaften zwei- und dreidimensionaler Störungen in Riffelschiffen an geneigten Wänden von M. Graef	DM 18,--	Nr. 50:	Bibliographie der Veröffentlichungen 1960 - 1970	DM 16,20
Nr. 7:	Die Verteilung der Durchflußmenge in einem ebenen Verzweigungssystem von H. Reichardt u. W. Tolmien	DM 5,--	Nr. 22:	Gesetzmäßigkeiten der geradlinigen turbulenten Couetteströmung von H. Reichardt	DM 5,--	Nr. 37:	Zur Mechanik der Geschlechtsbewegung von H. Schmitt	DM 20,--	Nr. 51:	Über die Diffusion binärer Gasgemische in Kapillaren und porösen Stoffen von K. Eger	DM 18,30
Nr. 8:	Näherungsverfahren zur Berechnung turbulenter Grenzschichten unter Benützung des Energiesatzes von J. Rotta	DM 8,--	Nr. 23:	Die Berechnung der Druckverteilung an dicken Gitterprofilen mit Hilfe von Fredholm'schen Integralgleichungen von E. Martensen	DM 6,--	Nr. 38:	Instationäre laminare Strömungen einer zähen inkompressiblen Flüssigkeit in einem bewegten Hohlraum mit kreisförmigem Querschnitt von R. Grohmann	DM 21,--	Nr. 52:	Theoretische Untersuchung über die Amplitudenmodulation von Ultraschallwellen beim Durchgang durch turbulente Wasserströmungen von G. Wittke	DM 9,60
Nr. 9:	Über die Umströmung zylindrischer Körper in einer geradlinigen Couetteströmung von H. Reichardt	DM 6,--	Nr. 24:	Verallgemeinerte ähnliche Lösungen bei dreidimensionalen Grenzschichten von W. Wuest	DM 8,--	Nr. 39:	Ein Verfahren zur Berechnung des Totwasserdruckes und Widerstandes von stromförmigen Körpern bei inkompressibler, nichtperiodischer Totwasserströmung von M. Tammer	DM 12,40	Nr. 53:	Wechselwirkungen zwischen turbulenten Grenzschichten und weichen Wänden von R. Groszkreutz	DM 14,40
Nr. 10:	Die praktische Anwendbarkeit der Wasseranaloge in quantitativer Form auf spezielle Probleme der Gasdynamik von H. Böhmberg	DM 9,--	Nr. 25:	Bibliographie der Veröffentlichungen 1907 - 1959	DM 12,--	Nr. 40:	Zur experimentellen Prüfung instationärer dreidimensionaler Tragflächen theorien bei inkompressibler Strömung von H. Herrlich	DM 18,40	Nr. 54:	Spalt- und Kapillarenströmung bei Berücksichtigung der Temperatur- und Druckabhängigkeit der Viskosität von U. Rost	DM 28,50
Nr. 11:	Grenzschichtuntersuchungen in rotierenden Kanälen und bei sicherstierenden Strömungen von G. Jungclauss	DM 8,--	Nr. 26:	Instationäre linearisierte Theorie der Flügelprofile endlicher Dicke in inkompressibler Strömung von H.G. Klüssner und G. v. Gornp	DM 9,--	Nr. 41:	Die Berechnung dreidimensionaler, instationärer Strömungsfelder kompressibler Medien von K. Roemer	DM 9,60	Nr. 55:	Stabilität von Hagen-Poiseuille Strömungen mit überlagerter starrer Rotation von P.-A. Mackrodt	DM 12,60
Nr. 12:	Luftströmungen mit Drall im Kreisrohr hinter radialem Leitapparat von W. Schiebeler	vergriffen	Nr. 27:	Berechnung der Potentialströmung um mehrere Profile mit gegenseitiger Beeinflussung von K. Jacob	DM 6,--	Nr. 42:	Untersuchung zur Wechselwirkung zwischen Luft und Feststoffteilchen in einem runden, horizontalen, beladenen Luftfahrlinienstrahl von G. Brusdrylins	DM 18,60	Nr. 56:	Die momentane Struktur des Wanddruckes einer turbulenten Grenzschichtströmung von R. Emmertling	DM 17,40
Nr. 13:	Beitrag zur Berechnung von Sekundärströmungen von E. Becker	DM 8,--	Nr. 28:	Experimentelle Untersuchung über die Streuung von Schall in turbulenter Strömung von D. Schmidt	DM 8,--	Nr. 43:	Zur theoretischen Behandlung der Diffusion in verdünnten Gasen von H. Lang	DM 12,90	Nr. 57:	Dämpfung von Druck- und Dichteschwankungen in einem schalldichten Freistrahler durch kondensierten Wasserdampf von M. Jaeschke	DM 24,60
Nr. 14:	Aeroelastische Aufgaben des Flugzeugbaus von H.G. Klüssner	DM 4,--	Nr. 29:	Messungen der aerodynamischen Belastungsschwingender Flügelprofile im Windkanal und Vergleich mit der Theorie von J. Spurk	DM 14,--	Nr. 44:	Stabilität spiralförmiger Strömungen in einem zylindrischen Ringraum von E. Wedemeyer	DM 10,80	Nr. 58:	Experimentelle Untersuchung der Übergangszonen zwischen laminaren und turbulenten Strömungsgebieten in intermittenter Rohrströmung von J. Meseath	DM 20,40
Nr. 15:	Formeln und Tabellen für ein den Hankel'schen Zylinderfunktionen verwandtes Integral von G. v. Gornp	DM 7,--	Nr. 30:	Die Druckverteilung am Keil bei inkompressibler Strömung, ein Beitrag zum Totwasserproblem von K. Kraemer	DM 13,--	Nr. 59:	Ein instationäres Verhalten transsonischer Strömungen von Gard E.A. Meier	DM 26,40	Nr. 59:	Ein instationäres Verhalten transsonischer Strömungen von Gard E.A. Meier	DM 26,40

- Nr. 60a: Wärme- und Stoffübertragung an eine mitbewegte ebene Grenzfläche bei Grenzschichtströmung
Von Klaus Gauler
DM 26,--
- Nr. 61a: Akustische Messung der Zirkulation von Wirbeln und von Zirkulationsverteilungen bei Modelluntersuchungen in Windkanälen
Von D.W. Schmidt
DM 25,--
- Nr. 62a: Experimentelle Untersuchung der Nachlaufströmungen im Nabebereich hinter Rundstäben mittels Messung der Temperaturschwankungen
Von Wolfgang J. Wagner
DM 23,--
- Nr. 63a: Experimentelle Untersuchungen der Längsschwankungen und der wandparallelen Querschwankungen der Geschwindigkeit in einer turbulenten Kanalströmung
Von Hans-Peter Kreplin
DM 22,--
- Nr. 64a: Untersuchung laminarer, lateraler Ringwirbel mittels Laser-Doppler-Anemometrie
Von Norbert Didden
DM 17,--
- Nr. 65a: Oscillations of the Supersonic Flow Downstream of an Abrupt Increase in Duct Cross-Section
Von G.F.A. Meier, G. Grabitz, W.M. Jungowski, K.J. Wiltzack, J.S. Anderson
DM 27,--
- Nr. 66a: Visuelle and anemometrische Untersuchung kohärenter Strukturen im Geschwindigkeitsfeld einer ausgebildeten turbulenten Kanalströmung
Von Michael Hofbauer
DM 16,--
- Nr. 67a: Experimente zum Nachweis der Verflüssigungstendenz in retrograden Gasen
Von Georg Dertleff
DM 21,--
- Nr. 68a: Untersuchung von Wanddruck- und Wanddruckgradientenschwankungen unter einer turbulenten Grenzschichtströmung
Von Günter Schewe
DM 16,--
- Nr. 69a: Untersuchung des von einem Tragflügelmodell im Windkanal erzeugten Wirbelfeldes mittels Ultraschallimpulsen
Von Rolf H. Engler und Dieter W. Schmidt
DM 21,--
- Nr. 70a: Zusammenhänge zwischen Wanddruck- und Geschwindigkeitsschwankungen in turbulenter Rohrströmung (experimentelle Untersuchung)
Von Thomas Langeheineken
DM 19,--
- Nr. 71a: Experimentelle Untersuchung einer Sondeninterferenz bei wandnahen Messungen in einer turbulenten Kanalströmung
Von Horst Klages
DM 14,--
- Nr. 72a: Experimentelle Untersuchungen an Aerosolstrahlen aus Mikrodüsen
Von Joachim Hägele
DM 16,--
- Nr. 73a: On the wall pressure field in turbulent pipe flow
Von M.K. Bull and Th. Langeheineken
DM 19,--
- Nr. 74a: Zur automatischen Auswertung von Interferogrammen
Von Friedhelm Becker
DM 25,--
- Nr. 75a: Eine strömungsakustische Spitzenkatalastrophe
Von Ingo Rehberg
DM 19,--